MODERN FİZİK

I

SAVUNMALAR

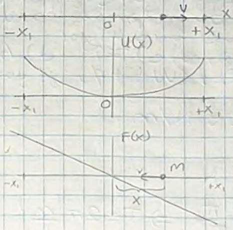
1) Eşit zaman aralıkları ile kendini tekrarlayan hareketlere periyodik (harmonik) hareket denir. Bir parçacık periyodik hareket içerisinde aynı yörüngede ileri-geri yer değiştiriyorsa, salınım veya titreşim hareketi yapıyor denir.

BHH

Bir parçacığın denge konumu etrafında $U(x) = \frac{1}{2} kx^2$ * potansiyel fonksiyonundan türeyen kuvvetin etkisi altında ileri geri hareket ettiğini düşünelim.

Bu durumda,

(Temel şart): $F(x) = -\frac{dU}{dx} = -kx$ olur ve parçacık BHH yapıyor denir.



Böyle bir harekete Newton'un 2. kanunu uygulanırsa;

$$F = ma$$

$$-kx = m\frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

olur. Bir fonksiyonun (−) işaretlisinin aynı fonksiyonun 2. türevine eşit olmasından faydalanarak;

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$ yazarız.

Bu eşitliğin iki kez türevini alıp $\frac{d^2x}{dt^2}$'de yerine koyarsak $\omega^2 = \frac{k}{m}$ eşitliğini buluruz.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \omega = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Burada A: genlik, ϕ: Başlangıç fazı, ω: Açısal hız.

BHH için; $x = A\cos(\omega t + \phi)$

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \phi)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$$ dir.

$$v_{max} = A\omega \qquad a_{max} = -\omega^2 A$$

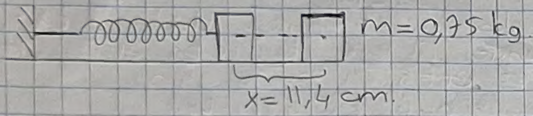
Buradan $\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2\omega^2} = 1$

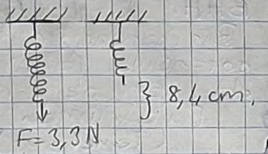
BHH'de Enerji:

$$E = E_k + U = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mV_{max}^2$$

Örnekler:

①





Şekildeki yay üzerine 3,3 N'luk bir kuvvet etkidiğinde dengeden itibaren 8,4 cm uzuyor. Bu yayın ucuna 0,75 kg'lık cisim takılıyor. Yay denge konumundan itibaren 11,4 cm çekiliyor ve bırakılıyor.

a) $k=?$ b) $t=0$'da $F=?$ (Bırakıldığında) c) $T=?$ d) $A=?$
e) $V_{max}=?$ f) $a_{max}=?$ g) $x = A\cos(\omega t+\phi)$'yi yaz.

a) $F=-kx \Rightarrow k = \frac{F}{x} = \frac{3,3}{8,4\cdot 10^{-2}} = 39 \text{ N/m}$

b) $F = -kx = 39 \cdot 11,4\cdot 10^{-2} = 4,5 \text{ N}$

c) $\omega^2 = \frac{k}{m}$ $\quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

$T = 6,28\sqrt{\frac{0,75}{39}} = 0,87 s$

d) $A = 11,4\cdot 10^{-2} m$

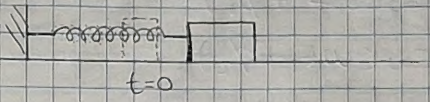
e) V_{max}'ken $x=0$ $\quad \frac{0}{A^2} + \frac{V_{max}^2}{A^2\omega^2} = 1$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 7,2 \text{ rad/s}$ $\quad \omega^2 A^2 = V_{max}^2 \Rightarrow V_{max} = 7,2\cdot 11,4\cdot 10^{-2}$
$= 0,82 \text{ m/s}$

f) $a_{max} = \omega^2 x = \omega^2 A = 7,2^2 \cdot 11,4\cdot 10^{-2}$
$= 5,9 \text{ m/s}^2$

g) $x = 11,4\cdot 10^{-2}\cos(7,2t + 0)$

2)



Yayın ucundaki cisim BHH yapmaktadır. $t=0$ anında $x_0 = -8 cm$, $V_0 = -0,9 \, m/s$ ve $a_0 = \mp 50 \, m/s^2$ dir.

Bu durumda ω, A, ϕ = ?

$$a = -\omega^2 x$$

$$\omega^2 = \frac{50}{8.10^{-2}} = 6,3.10^2 \Rightarrow \omega = 25 \, rad/s$$

$$\frac{\omega^2 x^2}{\omega^2 A^2} + \frac{V^2}{A^2 \omega^2} = 1 \qquad A^2 = \frac{\omega^2 x^2 + V^2}{\omega^2}$$

$$A = \frac{\sqrt{a \cdot x + V^2}}{\omega} = \frac{\sqrt{6,3.10^2 . 64.10^{-4} + 0,8}}{25}$$

$$A = 9 \, cm //$$

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$\cos\phi = -\frac{8.10^{-2}}{9.10^{-2}} \Rightarrow \phi = 152 = \underbrace{\frac{152}{180} . \pi}_{\text{radyan cinsinden}}$$

3)

$k = 39 \, N/m$
$m = 0,75 \, kg$
$x = 11,4.10^{-2} \cos(7,2 t)$

a) Cisim serbest bırakıldığında dengeye göre hareket ederken 2 nokta arasındaki hızı bul.

$$1 = \frac{\frac{A^2}{4}}{A^2} + \frac{V^2}{A^2 \omega^2} \Rightarrow \frac{V^2}{A^2 \omega^2} = \frac{3}{4} \qquad \frac{V}{A\omega} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

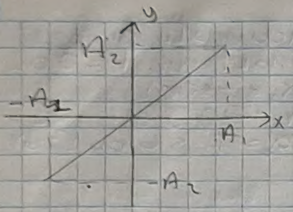
$$V = \frac{1,7}{2} . 11,4 . 10^{-2} . 7,2$$

$$V = 0,7 \, m/s$$

b) $x = \frac{A}{2}$ iken $E_k = ?$ $U = ?$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} 39 (11,4.10^{-2})^2 = 2,53.10^{-1} \, J$$

$$U = \frac{1}{2} k \frac{A^2}{4} = 6,3.10^{-2} \, J \qquad E_k = E - U = 1,9.10 \, J$$



$$x = A_1 \cos(\omega t + \phi_1)$$

$$y = A_2 \cos(\omega t + \phi_2)$$

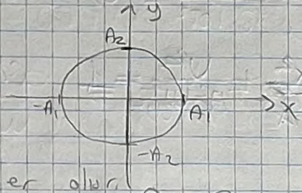
$\phi_1 = \phi_2$ ve $\omega_1 = \omega_2$ olsun

$$\frac{x}{y} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow y = \frac{A_2}{A_1} x$$

Eğer $\omega_1 = \omega_2$ ve $\phi_1 - \phi_2 = \frac{\pi}{2}$ olursa.

$$x = A_1 \sin \omega t$$
$$y = A_2 \cos \omega t$$

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$



Eğer $A_1 = A_2$ ise çember olur.

Eğer $0 < \phi_1 - \phi_2 < \frac{\pi}{2}$

şeklindeki elipslerden biri olur.

Sönümlü Harmonik Hareket:

$F_s \propto V$

$$F_s = -bV$$
$$\vec{F_s} = -b\vec{V}$$

$V = ?$

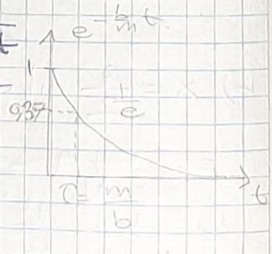
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -b\frac{dx}{dt}$$

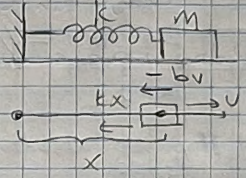
$$m\frac{dv}{dt} = -bV$$

$$\frac{dv}{v} = -\frac{b}{m}dt \Rightarrow \ln V = -\frac{b}{m}t + c$$

$t = 0 \quad V = V_0 \quad \ln V_0 = c$

$$\ln\frac{V}{V_0} = -\frac{b}{m}t \Rightarrow \quad V = V_0 e^{-\frac{b}{m}t}$$





$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -bv - kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \overbrace{\frac{k}{m}}^{w_0}x = 0$$

$$\tau = \frac{m}{b} = \frac{kg}{kg\,m/s^2} = \frac{kg}{kg/s} = s$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{dx}{dt} + w_0^2 x = 0$$

$$x = Ae^{-\beta t}(\sin wt + \phi)$$

β, w ?

1 kere türev alıp $\frac{dx}{dt}$ 'ye 2 kere alıp $\frac{d^2x}{dt^2}$ 'ye koy.

$$\sin(wt+\phi)\underbrace{[\quad]}_{0} + \cos(wt+\phi)\underbrace{[\quad]}_{0} = 0$$

$$\beta = \frac{b}{2m} \qquad w^2 = w_0^2 - \frac{b^2}{4m^2}$$

$$x = Ae^{-\frac{b}{2m}t}\sin(wt+\phi)$$

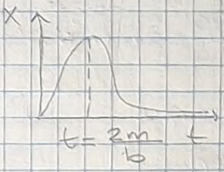
a) $b = 0$ $w = ?$ $x = f(t)$

b) $b > 0$ w ile w_0 arasındaki ilişki

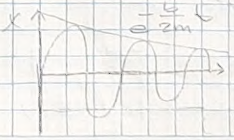
a) $\frac{b^2}{4m^2} \ll w_0^2$ ise $w = w_0$ b) değilse $w < w_0$

c) $b > 0$ $\frac{b^2}{4m^2} > w_0^2$ $x = f(t)$ grafiği nasıl bir sonuç verir

$\frac{b^2}{4m} > k$



$\frac{b^2}{4m} = k$



$k > \frac{b^2}{4m}$

$w_0 > 0$

Bu harekette enerji $E = E_0 e^{-\frac{b}{m}t}$ Enerji için $\tau = \frac{m}{b}$

Titreşen sistemlerde kalite faktörü Q'dan bahsedilir.

$$Q = 2\pi \frac{\text{Sistemde depolanan enerji}}{\text{Bir devirde harcanan enerji}}$$

$$dE = -\frac{b}{m} E_0 e^{-\frac{b}{m}t}\, dt$$

$$dE = -\frac{b}{m} E_0 e^{-\frac{b}{m}t}\, T_0$$ ← Sönüm yeterince küçükse $w \approx w_0$

$$Q = 2\pi \frac{E_0 e^{-\frac{b}{m}t}}{-\frac{b}{m} E_0 e^{-\frac{b}{m}t} T_0} = \frac{w_0 m}{b}$$

$$Q = \frac{w_0 m}{b} = w_0 \tau$$

$$Q = \frac{EV}{P}$$

$$\frac{b}{m}t = 1 \Rightarrow \frac{w_0 t}{Q} = 1 \Rightarrow \frac{2\pi t}{T_0} = Q$$

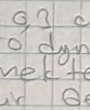
$$2\pi \frac{\tau}{T_0} = Q$$

Enerjinin başlangıç değerinin $\frac{1}{e}$'sine düşmesi için geçen zamandaki titreşim sayısı.

Örnekler!

1) 0,3 cm yarıçaplı ve 0,5 g. kütleli bir top yay sabiti 50 dyn/cm olan bir yayın etkisiyle suda hareket etmektedir. Suyun viskozluk katsayısı $\eta = 1.10^{-2}$ dyn.s/cm² dir. Genliğin başlangıç değerinin yarısına düşmesi için geçen zamanda kaç salınım (titreşim) olacağını bul.

Q = ? N = ?



$bV = 6\pi r \eta v$ $\qquad w^2 = w_0^2 - \frac{b^2}{4m^2}$

$b = 6\pi r \eta$ $\qquad w^2 = \frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}$

$b = 6 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}3 \cdot 1 \cdot 10^{-3}$

$b = 3{,}2 \cdot 10^{-3}$ kg/s

$$w^2 = \frac{50\cdot10^{-3}}{0,5\cdot10^{-3}} - \frac{(3,2\cdot10^{-3})^2}{4\cdot(0,5\cdot10^{-3})} = \sqrt{100-9} \cong 10 \text{ rad/s.}$$

$$A = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}$$

$$\frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t} \Rightarrow 2 = e^{\frac{b}{2m}t}$$

$$\ln 2 = \frac{b}{2m}t \qquad N = \frac{t}{T_0} = \frac{2m\ln 2}{bT_0}$$

$$= \frac{2m\ln 2}{b2\pi}\omega_0$$

$$= 20$$

$$Q = \omega_0 \tau = \omega_0 \frac{m}{b} \cong 90$$

2) 0,2 kg. kütleli bir cisim yay sabiti 80 N/m olan bir yayın ucunda asılıdır. Bu cisim hızı V olduğunda −bV ile verilen bir direnç kuvvetine maruz kalıyor.

a) Bu sistemin serbest titreşim hareketinin diferansiyel denklemini yazınız.

b) STH'nin ν'sı sönümlü TH'nin ν'sının $\frac{\sqrt{3}}{2}$'si olarak veriliyor $\left(w = \frac{\sqrt{3}}{2} w_0\right)$ $b=?$

c) $Q=?$
Sistem 10 tam titreşim tamamladığında genlikteki küçülme faktörü nedir $\left(K = \frac{A}{A_0} = ?\right)$

a) $F = ma$ (Newton's second law of motion)

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - bV \Rightarrow 0,2\frac{d^2x}{dt^2} = -80x - bv$$

b) $w^2 = w_0^2 - \frac{b^2}{4m^2}$ olduğunu biliyoruz bu durumda $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 w_0^2 = w_0^2 - \frac{b^2}{4m^2}$ ve $w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$100\cdot4\cdot0,04 = b^2 \qquad w_0 = \sqrt{\frac{80}{0,2}} = 20 \text{ rad/s}$$

$$b = 4 \text{ kg/s.}$$

c) $Q = \frac{\omega_0 m}{b} = \frac{20 \cdot 0,2}{4} = 1$

$N = 10 = \frac{t}{T_0} = \frac{t}{2\pi \frac{1}{20}} \Rightarrow 20\pi \cdot \frac{1}{20} = t$

$t = \pi$ s.

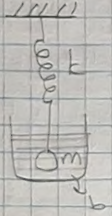
$K = \frac{A}{A_0} = \frac{A_0 e^{-\frac{4}{2 \cdot 0,2} \cdot \pi}}{A_0} = 2,27 \cdot 10^{-14}$

Zorla Titreşim:

Zorla titreşimde elde edilen ω uygulanan kuvvetin frekansıyla aynıdır.
Genlik A ise hareket boyunca değişmez.

$x = A \sin(\omega t + \phi)$ — ϕ: Yer değiştirmeyle kuvvet arasındaki faz farkıdır.

Veri: $F = F_0 \sin \omega t$ (Temel Şart). Formülden görüldüğü gibi F'in fazı daha fazladır.



$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx + b\frac{dx}{dt} = F_0 \sin \omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\sin \omega t$$

$$\alpha = \frac{F_0}{m} \qquad \tau = \frac{m}{b} \qquad \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \alpha \sin \omega t$$

denklemin çözümü $x = X_0 \sin(\omega t + \phi)$ şeklindedir.

Burada X_0 ve ϕ'yi belirlemeliyiz. Bunun bir defa türevini alıp ilk eşitlikte, 2 defa alıp yine aynı eşitlikte yerine koyup düzenledikten sonra şunu elde ederiz.

$$\left[(\omega_0^2 - \omega^2)\cos\phi - \frac{\omega}{\tau}\sin\phi\right] X_0 \sin \omega t -$$
$$\left\{(\omega_0^2 - \omega^2)\sin\phi + \frac{\omega}{\tau}\cos\phi\right\} X_0 \cos \omega t = \alpha \sin \omega t$$

Buradan $tg\phi = \dfrac{-w/\tau}{w_0^2 - w^2}$ olur

Ayrıca;

$$x_0 = \frac{\alpha}{\left\{ (w_0^2 - w^2)\cos\phi - \frac{w}{\tau}\sin\phi \right\}}$$

Burada ϕ'leri kaldıralım.
Bunun için cos ve sin yerine tg cinsinden değerlerini koyarsak

$$x_0 = \frac{F_0/m}{\left[(w_0^2 - w^2)^2 + (w/\tau)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\theta}} \quad \text{ve} \quad \sin\theta = \frac{tg\theta}{\sqrt{1 + tg^2\theta}}$$

$$\cos\phi = \frac{w_0^2 - w^2}{\left[(w_0^2 - w^2)^2 + \left(\frac{w}{\tau}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$\sin\phi = \frac{-w/\tau}{\left[(w_0^2 - w^2)^2 + \frac{w^2}{\tau^2} \right]^{\frac{1}{2}}}$$

Bu durumda;

a) $w \ll w_0$

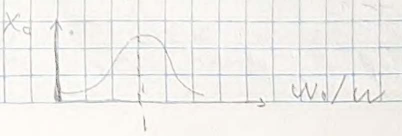
$\phi = 0$ $\quad x_0 = \dfrac{F_0}{m w_0^2} \longrightarrow x_0 = \dfrac{F_0}{k}$. yay için

b) Rezonans durumu; $w = w_0$

Bu olay için 2 titreşim sistemi olacak. Bunların birinden diğerine enerji aktarımı olursa bu $w = w_0$ durumunda max. dur.

① x_0 ne zaman max olur?

$$\frac{dx_0}{dw} = 0 \longrightarrow w^2 = w_0^2 \left(1 + \frac{1}{2Q^2}\right)$$



Max genlik w_0'ın biraz altındadır.

Ortalama güç bu sistem için nasıl hesaplenir;

$$P = F\frac{dx}{dt} \Rightarrow P = Fv$$

$$\overline{P} = \langle F.v \rangle = \langle F_0 \sin wt \; x_0 w \cos(wt+\phi) \rangle$$

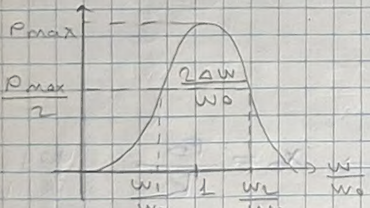
$$\overline{P} = F_0 X_0 w \Big[\underbrace{\int_0^T \frac{\sin wt \cos(wt+\phi)\,dt}{T}}_{\frac{1}{2}\sin\phi} \Big]$$

$$\overline{P} = \frac{1}{2} F_0 X_0 w \sin\phi$$ $\sin\phi$'yi yerine koyalım

$$\overline{P} = \frac{1}{2} F_0 \frac{F_0/m \cdot w^2/\tau}{\left[(w_0^2 - w^2)^2 + \left(\frac{w}{\tau}\right)^2\right]}$$

Paktarımının max olması için $w = ?$

$$\frac{d\overline{P}}{dw} = 0 \qquad w = w_0$$



Aralık $\frac{1}{Q}$'ya eşittir.

Gücün w'ye göre grafiği çizilir.

$$Q = \frac{w}{2\Delta w}$$ olur. Kanıtlayın

$$\overline{P}_{max} = \frac{1}{2}\frac{F_0^2}{m}\frac{w_0^2/\tau}{\frac{w_0^2}{\tau^2}}$$

$$\overline{P}_{max} = \frac{1}{2}\frac{F_0^2}{m}\tau$$

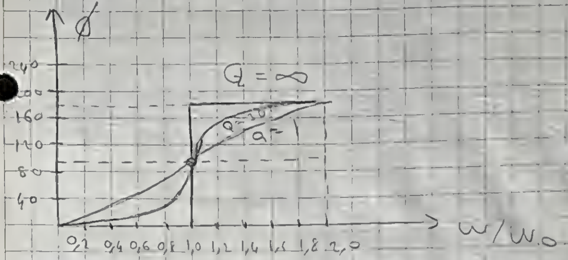
$$\overline{P} = \frac{1}{2}\frac{F_0^2}{m}\tau \frac{\frac{w^2}{\tau^2}}{\left\{(w_0^2 - w^2) + \left(\frac{w}{\tau}\right)^2\right\}}$$ Bu $\frac{1}{2}$'ye eşit olmalı

$$2\frac{w^2}{\tau^2} = (w_0^2 - w^2) + \frac{w^2}{\tau^2}$$

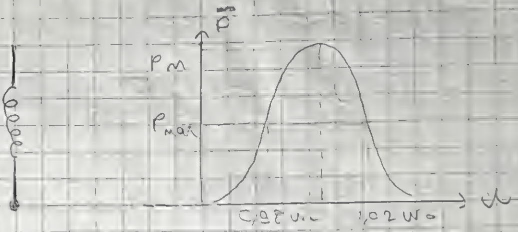
$$\frac{\omega}{\tau} = \omega_0^2 - \omega^2 \qquad Q = \omega_0 \tau \Rightarrow \tau = \frac{Q}{\omega_0}$$

$$\frac{\omega \omega_0}{Q} = \omega_0^2 - \omega^2$$

$$Q = \frac{\omega \omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{\omega_0}{\underbrace{(\omega_0 - \omega)}_{\Delta\omega}\underbrace{\left(\frac{\omega_0}{\omega} + 1\right)}_{2}} = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega}$$



EX!



Şekil bir yaya asılı cismin ayar... sürücü bir [illegible] ortalama giriş gücü $\bar{P}$'yi sürücü frekansının fonksiyonu olarak gösteriliyor. (Sürücü kuvvet = $F_0 \sin \omega t$ biçiminde sabit tutuluyor, ω değiştiriliyor)

Ortalama giriş gücünün maksimum ω_0'dadır ve bunun yarıya düşmesi 0,98 ω_0 ve 1,0 ω_0'da olmaktadır. Q yeterince büyüktür.

a) Q'nun sayısal değeri = ?

b) Sürücü kuvvet kaldırılırsa enerji $E = E_0 e^{-\gamma t}$ bağıntısına göre azalır. γ = ?

c) Sürücü kuvvet kaldırılırsa her devirde $\frac{\Delta E}{E}$ = ?
(her devirde enerji ne kadar azalır)

d) Bu sistemde yay sabiti 2k olursa yeni rezonans frekansı $\omega_0' = ?$
Yeni $Q' = ?$ ve $\bar{P}_{max}' = ?$, Sistemin rezonans frekansındaki toplam enerjisi $= ?$

a) $Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{0{,}04\,\omega_0} = 25$

b)
$\gamma = \frac{1}{\tau} = \frac{\omega_0}{25}$ çünkü $E = E_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$

c) $E = E_0\, e^{-\frac{\omega_0}{25}t}$

$dE = E_0 \frac{\omega_0}{25} e^{-\frac{\omega_0}{25}t}\, T$ (circled: E) $\quad \frac{dE}{E} = \frac{\omega_0}{25}\frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{25}$

d) $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$
$\omega_0'^2 = \frac{2k}{m} \Rightarrow \omega_0' = \sqrt{2}\,\omega_0$

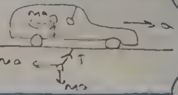
$Q' = \omega_0 \tau = \sqrt{2}\,\omega_0 \tau = \sqrt{2}\, Q = \sqrt{2} \cdot 25$

$P_{max} = \frac{1}{2}\frac{F_0^2}{m}\tau$ görüldüğü gibi aynen devam eder [illegible] değişmez

$E_0 = \frac{1}{2} k X_0^2$

$E_0' = \frac{1}{2} 2k X_0'^2$ ($\frac{F_0}{m}\cdot\frac{\tau}{\omega_0}$) Rezonans frekansında genlik [illegible] yazalım. $X_0 = \frac{F_0}{m}\frac{\tau}{\omega_0}$

$E_0' = E_0$ doğrudur [illegible]



P1: Düşey doğrultuda BHH yapan bir pistonun üstünde blok bulunmaktadır (T = 0,1 s)

a) Genliğin hangi değeri için piston ve blok birbirinden ayrılır

b) Şayet A = 5 cm ise pistonla bloğun ayrılmadan hareket edeceği $f_{max} = ?$

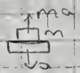
$\vec{F} = k\vec{x}$

$ma = -kx$

$a = -\frac{k}{m}x$

$a = -k_1 x \qquad w^2 = \frac{k}{m}$

$a = -w^2 x$



$m w^2 A = mg$

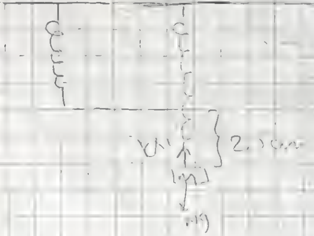
$A = \frac{g}{w^2} = \frac{10\ ms^{-1}}{400\pi^2} = \frac{1}{400}\ m$

$= 0,25\ 10^{-2}\ m = 0,25\ m$ den büyük genliklerde ayrılır.

b) $w^2_{max} = \frac{g}{A} \Rightarrow 4\pi^2 f^2 = \frac{g}{A} \Rightarrow f = \sqrt{\frac{g}{4\pi^2 A}}$

$f = 2,23\ Hz$

P2: 2 kg'lık bir cisim kütlesi ihmal edilebilen bir yayla asılmıştır. Cisim yaya takılınca yay 2,5 cm uzuyor. Yayın üst ucu 1 cm'lik bir genlikle BHH yapıyor. Sistemin Q'su 15'tir.



a) Sistemin öz titreşim frekansı (w_0) nedir

b) $w = w_0$ da zorlama titreşim genliği nedir $X_0 = ?$

c) Zorla titreşim w_0'dan 2% daha büyük bir frekansla sürdürmek için ortalama güç ... nedir?

$\bar{P}(w) = \frac{\gamma F_0^2}{2m} \frac{1}{4(w_0 - w)^2 + \gamma^2}$ formülü kullanılarak

... önce ... olduğunu gösteriniz

a) $mg = kx_1$

$2 \cdot 10 = k \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2} \Rightarrow k = 800 \ N/m$

$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{800}{2}} = 20 \ rad/s$

b) $X_0 = \dfrac{F_0/m}{\left[\underbrace{(w_0^2 - w^2)^2}_{0} + \left(\frac{w}{\tau}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$ $\qquad \tau = \dfrac{Q}{w_0}$

rezonans halinde

$X_0 = \dfrac{F_0/m}{\left[\left(\frac{w_0^2}{Q}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{F_0}{m} \dfrac{Q}{w_0^2}$ ($w = w_0$ rezonans)

$F_0 = k X_0$

$F_0 = 800 \cdot 1 \cdot 10^{-3}$

$F_0 = 0{,}8 \ N$

$= \dfrac{0{,}8}{2} \dfrac{15}{400}$

$Q = \dfrac{X_0 \text{ (rezonanstaki genlik)}}{X_0 \text{ (rezonanstan çok uzakta)}}$

$= 1{,}5 \cdot 10^{-2} \ m = 1{,}5 \ cm$

c)

$\overline{P}(w) = \dfrac{\gamma F_0^2}{2m} \dfrac{1}{4(w_0 - w)^2 + \gamma^2}$

bizim bildiğimiz $\overline{P} = \dfrac{1}{2} \dfrac{F_0^2}{m} \dfrac{w^2/\tau}{\left[(w_0^2 - w^2)^2 + \left(\frac{w}{\tau}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$

$Q = w_0 \tau$ idi

$\tau = \dfrac{Q}{w_0}$

$\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{w_0}{Q}$

$= \dfrac{1}{2} \dfrac{F_0^2}{m} \dfrac{w_0/Q}{\left[\left(\frac{w_0^2 - w^2}{w}\right)^2 + \left(\frac{w_0}{Q}\right)^2\right]}$

$4(w_0 - w)^2 = \left[\dfrac{(w_0 - w)(w_0 + w)}{w}\right]^2$ rezonansa yakın ise

$\gamma = \dfrac{w_0}{Q}$

$\gamma = \dfrac{20}{15}$

$\overline{P} = \dfrac{\gamma}{2} \dfrac{F_0^2}{m} \dfrac{1}{4(w_0 - w)^2 + \gamma^2}$

$= \dfrac{\frac{20}{15} \cdot (0{,}8)^2}{2 \times 2} \dfrac{1}{400}$ $\quad 225$

$\overline{P} = \ldots \text{ watt } (w)$ DİKKAT ... watt

SORU İÇİN; $w = w_0 + \frac{2}{100} w_0$

$w - w_0 = 2/100 \, w_0$

$\overline{P}(w) = \dfrac{\gamma F_0^2}{2m} \dfrac{1}{4\left(\frac{2}{100} w_0\right)^2 + \gamma^2}$

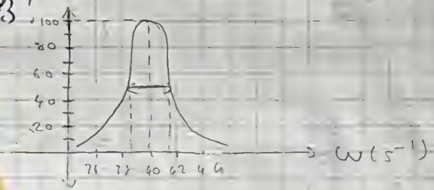
✓ Bir periyot zamanında sisteme verilen enerji ne kadardır diye soralım.

$E = P \cdot t$ olduğundan $E = \overline{P} \cdot T \Rightarrow$ dan buluruz.
$= \overline{P} \cdot \frac{2\pi}{\omega_0}$

✓ Birim zamanda sistemde harcanan enerji soruluyor ise verilen cevap ne olurdu.
Sisteme bir enerji aktarıyoruz. Niçin. Genliği sabit tutmak için. Genlik sabit olduğunda ne kadar enerji veriliyorsa o kadarda harcanıyordur. Yani 0,08 W'tır.

✓ Sistemin toplam enerjisi rezonans halinde ne olacaktır.

$E_T = \frac{1}{2} k X_0^2$ olurdu.

P3: 

Şekildeki grafik bir titreşim sisteminin $F = F_0 \sin \omega t$ gibi bir kuvvetle sürüldüğünde gücün rezonans eğrisini gösteriyor.

a) $Q = ?$
$\omega_0 = ?$

b) Sürücü kuvveti kapatıldıktan 5T sonrasında sistemin enerjisi başlangıcın $\frac{1}{e^5}$'i olur.

Bu sistemde serbest titreşimlerin periyodunun $\frac{2\pi}{\omega_0}$ alabiliriz. (Yani sönüm son derece küçük)

a) $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{40}{2} = 20$ $\quad \omega_0 = 40$ grafikten

b)

$E = E_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\quad \frac{E}{E_0} = \frac{1}{e^5}$ $\quad \frac{E}{E_0} = e^{-5} = e^{-\frac{t}{\tau}}$

$5 = \frac{t}{\tau}$

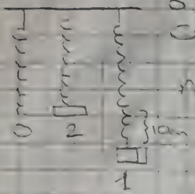
$N = \frac{t}{T} = \frac{2,5}{2\pi / \omega_0} = \frac{2,5 \cdot 40}{2\pi}$

$\tau = \frac{Q}{\omega_0}$

$= 16$ titreşim $\quad t = 5 \cdot \frac{20}{40} = 2,5\,s$

P4: Alt ucunda küçük cisim takılı olan m=0 olan yay asılı duruyor. Yay gergin olmayan durumdayken cisim hareketsiz duruyor.

Cisim serbest bırakıldığında başlangıç konumundan 10 cm inecek şekilde ↑↓ BHH yapıyor.



a) $f = ?$

b) Parçacık başlangıç konumunun 8 cm aşağısında bulunduğunda $V = ?$

c) Cisme kütlesi 300 gr olan yeni cisim takılırsa sistem ilk frekansının yarısına eşit bir frekansla titreşiyor. İlk cismin kütlesini bulunuz.

d) 2 cisimde yaya takılı iken sistemin X_{denge} konumunu belirleyiniz.

a) $2A\,mg = \frac{1}{2} k (2A)^2$

$\frac{mg}{A} = k \qquad \omega = \sqrt{\frac{g}{A}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^2}{5}} = 10\sqrt{2}\ rad/s = 14\ rad/s$

$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{14}{2\pi} = 2{,}2\ s^{-1}$

b) $x = 3\ cm$

$x = A \cos \omega t$

$v = -A\omega \sin \omega t \qquad v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$

$v = 14\sqrt{(25-9) \cdot 10^{-4}}$

$v = 14 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 0{,}56\ m/s$

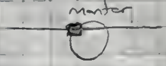
c)

DALGALAR

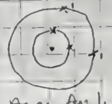
2'ye ayrılırlar: Mekanik ve elektromagnetik. Bun-
lardan ikiye ayrılır. Enine ve boyuna dalgalar.
Ortamın parçacıklarının sürekli titreşim hareketleri ile
yayılma doğrultusu birbirine dikse enine dalgalar. Aynı yön-
deyse boyuna dalgalardır.
Tek boyutlu dalgalar, ipteki dalgalardır. Su dalgaları
iki boyutlu ve ışık, ses 3 boyutlu dalgalardır.
Ayrıca dalganın periyodik olup olmaması söz konu-
sudur. Atmalar hâlinde mi yoksa devamlı mı.

* Dalganın hızı yalnızca ortama bağlıdır. Frekansa
bağlı değildir.
* Dalganın enerjisi (vizyo. aktardığı güç) genliğin karesiyle
orantılıdır.

Dalga cephesi;



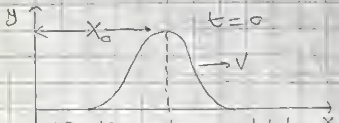
Dairesel bir hareket yapacak



Bu aynı fazlı noktaların geometrik yerine **dal-
ga cephesi** denir.

x Aynı fazlı
x_1 '' farklı

Ortam izotropikse (yönden bağımsızsa) dalganın ya-
yılma doğrultusu ile dalga cephesi birbirine diktir.

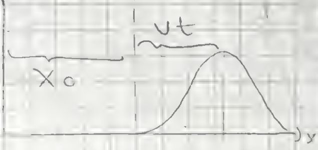


(Sürtünmeler oldukça küçük. Sönüm yok)

Öyle bir eşitlik yazalım ki şekli
bozmasın.
Önerilen $y = f(x - vt)$

(Bu daima bir dalgayı ifade eder.

$t = 0 \quad y = f(x_0)$
$t \quad y = f(x_0 + vt - vt)$
$y = f(x_0)$



$f(x - vt)$ (−) sağa ilerlemeyi (+)
sola ilerlemeyi gösterir.
$x - vt = sbt$

$\frac{dx}{dt} - \frac{vt}{dt} \Rightarrow v = \frac{dx}{dt}$ ⇒ yani katsayıdaki v hız olmalı

Örn! $t=0$ $y=f(x)=\dfrac{3x}{1+x^4}$ Başlangıç zamanında bağıntı ile bir atma oluşturuluyor. Bu atmanın sağa doğru $v=2\,m/s$. hızla ilerlediği biliniyor. $y \to m$
$x \to m$ olmak üzere dalga atmasının x'in ve y'nin fonksiyonu olarak yazınız.

Bu durumda $y=f(x-vt)$ denkleminden dolayı $f(x)$ te x gördüğümüz yere $x-vt$ yazarız.

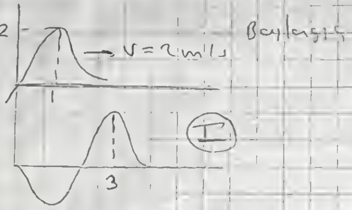
$$y=f(x-vt)=\frac{3(x-vt)}{1+(x-vt)^4}$$

$x=3$ noktasına bağlı bir kurdelenin zamana göre değişim (yer) grafiği nasıl olur

$$y=\frac{3(3-2t)}{1+(3-2t)^4} \quad \text{(I)}$$

$t=1$'inci saniyede ipin fotoğrafı nedir.

(II) $$y=\frac{3(x-2.1)}{1+(x-2\cdot1)^4}=\frac{3(x-2)}{1+(x-2)^4}$$



Örn! Hangileri dalga denklemidir.

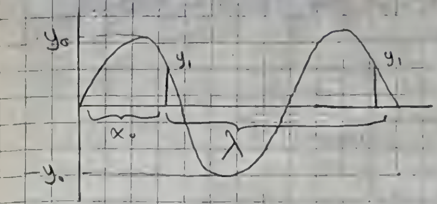
$y=3\sin\pi(x-3t)$ ✓

$y=4\tan(6x-5t)^3$ ✓

$y=k\pi(x^2-9t^2)$ ✗

$y=4\cos\pi(10x-3t)$ ✓

Periyodik Dalga



$$y = y_0 \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$y_1 = y_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x_0 \quad x = 0$$

$$y_2 = y_0 \sin\left(\frac{2\pi x_0}{\lambda} + 2\pi\right) \quad x = x_0 + \lambda$$

$$= y_1$$

Aynı fazlı iki nokta arası uzaklık λ'dır.

$$y = y_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)$$

Bu hem enine hem boyuna dalgayı ifade eder.

$$y = y_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x - vt + \phi)$$

ϕ: Başlangıç şartlarına bağlıdır)

$t = 0$	$t = 0$
$x = 0$	$x \neq 0$
$\phi = 0$	$\phi \neq 0$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = k = \text{Dalga sayısı} = m^{-1}$$

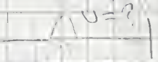
λ'yı içeri alalım.

$\lambda = vT$ (Bir T'de yapılan ilerleme)

$$2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{v}{\lambda}t\right) \quad 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$$

$$y = y_0 \sin 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$$

$$y = y_0 \sin(kx - wt)$$



$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad \mu = \frac{m}{\ell}$$

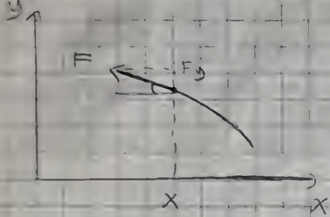
F: ipi geren kuvvet
μ: İpin boyca yoğunluğu

Örn:
Mesela V_1, V_2, V_3 olan 3 dalga gönderiyorum. (Aynı ortamda)

V_1 ...
V_2 ... $m \sin(5x - V_2 t)$

$$V_1 = V_2 = V_3$$

Güç birim zamanda aktarılan enerji idi. Bunu bulalım.



$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = F_y V_y$$

Değişir — Değişiyor

$$\overline{P} = \langle F_y V_y \rangle$$

Küçük genlikli titreşimler için sinüs yerine tanjant alınabilir.

$$-F \frac{dy}{dx} = F_y$$

$$\overline{P} = \langle F_y V_y \rangle = + V^2 \mu y_0^2 k \int_0^{t+T} \frac{\cos^2(kx - wt)\, dt}{T}$$

Burada yapılan $P = FV$ yi uzun bir periyot için ortalama almak.

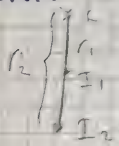
N: $y = y_0 \sin(kx - wt)$ +'ye göre titreşimi yukarıda koyduk.

$$\overline{P} = \frac{1}{2} V^2 \mu y_0^2 k w = \frac{1}{2} V^2 \mu y_0^2 \frac{2\pi f}{V} w$$

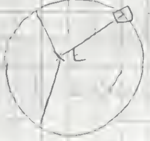
Tüm dalgalar için → $\overline{P} = \frac{1}{2} V \mu y_0^2 w^2$

3 boyutlu dalgalarda enerji şiddetle ifade edilir. Ve birim yüzeyden birim zamanda geçen enerji olarak ifade edilir. (birim yüzeyden geçen güç)

Örn:



I: şiddet
k: kaynak
P_T: kaynak gücü



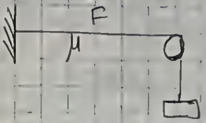
$$I = \frac{P_T}{4\pi r^2}$$

$$I_1 = \frac{P_T}{4\pi r_1^2}$$

$$I_2 = \frac{P_T}{4\pi r_2^2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

DALGALARIN GİRİŞİMİ:



$V=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$

iki dalga;
$y_1 = y_0 \sin(kx - wt \mp \phi)$
$y_2 = y_0 \sin(kx - wt)$ formunda verilmiş olsun

$y_1 = y_0 \sin[k(x+\frac{\phi}{k}) - wt_0]$
$y_2 = y_0 \sin(kx - wt_0)$ t_0 anındaki durumları olur.

$x = x_0$ iken $y_1 = y_0 \sin[kx - w(t - \frac{\phi}{w})]$
$y_2 = y_0 \sin(kx_0 - wt)$ dir.

* $\phi = 30°$ iken $t=5$ gibi belirli bir t anında dalgalar arasındaki konum farkı nedir?

λ lazım. $\lambda = 10$ cm.

$k(x+\frac{\phi}{k})$ $\quad k\Delta x = \phi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{\pi}{5}$

* $\phi = 30°$ faz farkı var ise ikisi arasındaki zaman farkı nedir. wt ile ϕ aynı boyutta.

$w \cdot \Delta t = \phi$; $\Delta t = \frac{\pi}{5}$; $2\pi v = 2\pi\frac{V}{\lambda} \Rightarrow 2\pi\frac{V}{\lambda}\Delta t = \frac{\pi}{5}$

Şimdi iki dalgayı üst üste bindirelim.

$\sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$ dir.

$y = y_1 + y_2 = 2y_0 \sin(kx - wt + \frac{\phi}{2})\cos\frac{\phi}{2}$

$y = 2y_0 \cos(\frac{\phi}{2}) \sin(kx - wt + \frac{\phi}{2})$

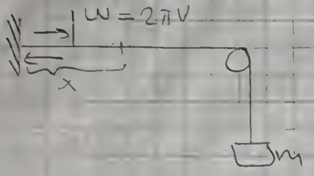
Dalganın genliği → $2y_0\cos(\frac{\phi}{2})$ Başlangıçtaki genliklere ve faz farkına bağlı.

STANDING WAVES:

$y_1 = y_0 \sin(kx - wt)$ → $+x$
$y_2 = y_0 \sin(kx + wt)$ → $-x$

$y = 2y_0 \sin kx \cos \omega t$ $(kx - \omega t)$ ve $(x - vt)$ olmadığından ilerleyen dalga değildir.

(genlik: $2y_0 \sin kx$)



$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Sin kx ne zaman 1 olur $\quad kx = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = (2n+1)\frac{\pi}{2} \qquad n = 0, 1, 2 \ldots$$

$$x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

Sin kx ne zaman 0 olur $\quad kx = n\pi$

$$\frac{2\pi}{\lambda} x = n\pi \qquad x = \frac{n\lambda}{2}$$

Böyle bir sistemin tek bir temel titreşim frekansı yoktur, bir çok vardır.

$$\lambda = 2\ell = \frac{V}{\nu} \qquad \nu_1 = \frac{V}{2\ell} = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$\lambda_2 = \ell = \frac{V}{\nu_2} \qquad \nu_2 = \frac{2}{\ell}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Genel $\quad \nu_n = \dfrac{n}{2\ell}\sqrt{\dfrac{F}{\mu}}$

Spectrum; Frekansa göre (ya da λ'ya) şiddet dağılımıdır.

Rezonans için 2 sistem gerekir. Bunlardan biri enerji verirken diğeri alır.

Soru: Frekansı $\nu = 20\ s^{-1}$ olan dalganın hızı $v = 80\ m/s$'dir.

a) Belirli bir anda yerdeğiştirmelerinin fazları arasında 30° faz farkı olan 2 nokta birbirlerinden ne kadar uzaktadır.

b) Verilen bir noktada 1/100 sn. aralıkla oluşan iki yerdeğiştirme arasındaki faz farkı nedir.

$y_1 = y_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$

$y_2 = y_0 \sin(kx - \omega t)$

a) $t = t_0$

$y_1 = y_0 \sin(k + \frac{\phi}{k}) - \omega t + \phi)$

$\Delta x = \frac{\phi}{k} = \frac{\frac{\pi}{6}}{\frac{2\pi}{\lambda}} \Rightarrow \Delta x = \frac{v}{12} \frac{1}{\nu} = \frac{80}{12} \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{3}$ m.

b) $\omega \Delta t = \phi \quad \phi = 2\pi \omega \Delta t = 2\pi\, 20 \frac{1}{100} = 0{,}4\pi$

Soru: Boyca kütlesel yoğunluğu $\mu = 0{,}1$ kg/m olan ip 50 N/m ile gerilmektedir. İp bir ucundan 2% genlikle ve $\frac{1}{10}$ s. periyotla (+) x yönünde yayılıyor.

a) Dalgaların hızı = ?

b) λ = ?

c) x = 0'dan t = 0 anında yerdeğiştirme 1% m ve $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ = − ise dalga denklemini yazın.

a) $v = \sqrt{\frac{50}{0{,}1}} = 22{,}4$ m/s.

b) $\lambda = vT = 22{,}4 \cdot 0{,}1 = 2{,}24$ m.

c) $y = y_0 \sin(kx - \omega t + \phi)$

$y = 0{,}02 \sin(\frac{2\pi}{2{,}24} x + 20\pi t + \phi)$ $\frac{\pi}{6}$

$0{,}01 = 0{,}02 \sin\phi$

$\sin\phi = \frac{1}{2}$

$\phi = \frac{\pi}{6}$ rad →

$\frac{dy}{dt} = -20\pi\; 0{,}02 \cos\ldots$

↓ (−) var.

Soruda $\frac{dv}{dt}$ (+) değer verse dv (+) çıkarırdık.

$\frac{2\pi}{6}$ alıp $\frac{dy}{dt}$'yi.

Soru! F = 5N ve μ = 0,1 kg/m değerleri geçen örnek soru daki gibi olan bir ipte $y(x,t) = 0{,}02 \sin\pi(x - vt)$ denklemi ile verilen dalgalar yayılmaktadır ($x, y \to m$; $t \to s$)
İp üzerinde $x = 5m$ üzerindeki noktanın $t = 0{,}1$ s'deki enine hızı nedir.

$V_y = \frac{dy}{dt}$ $V = 22{,}4$ m/s.

$y(x,t) = 0{,}02 \sin\pi(x - 22{,}4t)$

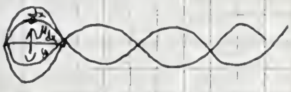
$V_y = \frac{dy}{dt} = -0{,}02(22{,}4\pi)\cos\pi(x - 22{,}4t)$

$U_y = -0{,}02(22{,}4\pi)\cos\pi(5 - 22{,}4 \cdot 0{,}1)$

$U_y = -1{,}39$ sn.

Soru! Birbiri ile ters yönde ilerleyen aynı frekans ve genlikli iki dalganın toplamını düşünelim. Bu durumda kararlı dalganın ardışık iki düğüm noktası için de kala enerjisinin

$E = 2\pi^2\mu y_m^2 \nu V$ olduğunu gösteriniz.



$y = 2y_0 \sin kx \cos wt$

$E_T = E_k + U$

$dE_T = \frac{1}{2}\mu dx\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}w^2\mu dx y^2$

$F = ma = -w^2 y m = -ky$
$k = w^2 m$
$U = \frac{1}{2}ky^2$
$U = \frac{1}{2}w^2\mu dx y^2$

Tepe noktası için yazalım.

$\int dE_T = \int_{x=0}^{\lambda/2} \frac{1}{2}(2y_0 \sin kx)^2 w^2 \mu dx$

$E_T = \frac{1}{2} 4 x_0^2 w^2 \mu \int_0^{\lambda/2} \sin^2 kx\, dx$

$E_T = \frac{2}{2}\mu y_0^2 w^2 - \int_0^{\lambda/2}(\cos kx\, dx + dx)$

$E_T = \mu y_0^2 w^2 \left| \frac{1}{2}\sin(kx + x)\right|_0^{\lambda/2}$

$\frac{\lambda}{2}$ konumlu düğümde 0

$E_T = \mu y_0^2 w^2 \frac{\lambda}{2} = \frac{4\pi^2}{2}\nu^2\mu y_0^2 \frac{V}{\nu} = 2\pi^2 \nu V \mu y_0^2$

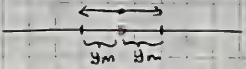
SES DALGALARI

Bu dalgalar mekanik ortam içinde boyuna ilerleyen dalgalardır.

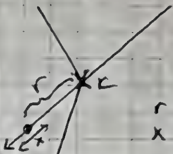
Bir ses dalgası

$y = y_m \cos(kx - \omega t)$ ile verilir.

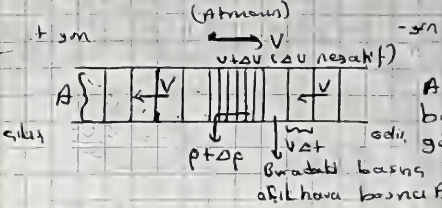
Burada y_m hava molekülünün max. yerdeğiştirmesidir.



Üç boyutta ise.



r formülde x ile verildi.



Atmanın durgun olduğu sistemden bakarsak atma sola hareketli görünür.

Δv negatiftir çünkü atma içinden bakan biri için gelen hava moleküllerinin hızı azalır. Hızı azaltan bir kuvvet vardır.

$\vec{F} = \Delta P \cdot A$ A (kesit alanı)

Çıkışta aynı hızı kazandıran bir kuvvet olmalı;

$\overleftarrow{F} = \Delta P . A$

$\Delta P A = -(A v \Delta t \rho_0)\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ F = ma idi.

$\Delta P = -v \rho_0 \Delta v$

$\dfrac{\Delta P}{\Delta v} = -v \rho_0$

$\Delta x \cdot A = V$ (hacmi) İçeri girmeden

Girince; $\Delta y \, A = \Delta V$ (Δy: yerdeğiştirme)

$B = \dfrac{-\Delta P}{\dfrac{\Delta V}{V}} = +v^2 \rho_0$

$\dfrac{\Delta V}{V} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

$v = \sqrt{\dfrac{B}{\rho_0}}$ (sıvılarda)

B: Hacimce esneklik modülü (Bulk modülü)

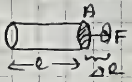
Aynı zamanda $B = \frac{1}{K}$ K: sıkıştırılabilirlik.

$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_0}}$ (ideal gaz) $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ idi.

Tek atomlu gazlar için $\gamma = 1,67$
İki " " " $\gamma = 1,40$

Katılarda; $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ E: Esneklik modülü

$$E = \frac{F/A}{\frac{\Delta \ell}{\ell}}$$



B: N/m², pascal

Soru: Belirli bir hacimdeki suyun basıncı 100 kPa arttırılırsa başlangıç hacminde $\frac{\Delta V}{V} = -5\cdot 10^{-5}$ oranında azalma görülüyor.
a) Su için B = ?
b) Sesin sudaki hızı nedir?

a) $B_{su} = \frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}} = \frac{100\cdot 10^3}{5\cdot 10^{-5}} = 2\cdot 10^9$ Pa

b) $v = \sqrt{\frac{2\cdot 10^9}{1\cdot 10^3}} = 1400$ m/s.

$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta v}{v}$
Nasıl:
$\Delta V = \Delta y\, A$
$V = \Delta x\, A$
$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y/\Delta t}{\Delta x/\Delta t}$
Bu olmaz;
$V = A\, v\, \Delta t$
$\Delta V = A\, \Delta v\, \Delta t$
bu olur.

Soru: He'un yoğunluğu 0,179 kg/m³'tür. (76 cm Hg, 0 °C). Bu basınç ve sıcaklıkta He içinde sesin hızı nedir?

$$v_{He} = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{1,67\cdot 1,013\cdot 10^5}{0,179}} = 972 \text{ m/s}$$

Soru: İki atomlu gaz olan hidrojen içinde 27 °C'de sesin hızı nedir? (ρ) $M = 2$ kg/kmol, $R = 8314$ J/kmol

$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_0}}$ $PV = nRT$ $v = \sqrt{\frac{\gamma nRT}{V\rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma nRT}{M}}$

$$v = \sqrt{\frac{1,4\cdot 1\cdot 8314\cdot 300}{2}} = 1321 \text{ m/s}$$

$B = -\frac{\Delta P}{\frac{\Delta V}{V}}$ idi $\quad \Delta P = -B\frac{\Delta V}{V} \quad \Delta P \to p$ alalım

$p = -B\frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta y A}{\Delta x A}$

$\vartheta = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} \Rightarrow B = v^2 \rho_0 \quad p = -\vartheta^2 \rho_0 \frac{\partial y}{\partial x} \quad \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$y = y_m \cos(kx - wt)$ idi

$p = \underbrace{\vartheta^2 \rho_0 y_m k}_{p_m} \sin(kx - wt)$

$p = p_m \sin(kx - wt)$

$p_m = \vartheta^2 \rho_0 y_m \frac{2\pi\nu}{\vartheta}$

$p_m = \vartheta \omega \rho_0 y_m$

p: Herhangi bir tanında herhangi bir x anında basıncın p_0'a karşı durumunu gösterir.

y_m: Parçacık titreşim genliği

Kulağın dayanabildiği max basınç $P_m = 28$ Pa, atmosfer basıncı ise $P_0 = 1.10^5$ Pa'dır. $\nu = 10^3$ Hz. olan ses dalgasının sebep olduğu max yer değişimi nedir?

$y_m = ?$

$p_m = \vartheta \omega \rho_0 y_m \Rightarrow y_m = \frac{28}{340 \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10^3 \cdot 1{,}22} = 1{,}07 \cdot 10^{-2}$ mm

İnsan kulağı 10^{-11} m civarındadır.

$I = \frac{P}{A} \left(= \frac{W}{m^2}\right)$ idi. Şimdi ses şiddetini yazmaya çalışalım

$P_{güç} = 2\pi y_m^2 \nu^2 \mu \vartheta$ idi

$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{A \ell \rho}{\ell} = A\rho$

$I = \frac{P}{A} = 2\pi^2 y_m^2 \nu^2 \rho_0 \vartheta$

$I = \frac{1}{2} \omega^2 y_m^2 \rho \vartheta$

$$I = \frac{1}{2}\frac{\omega^2 y_m^2 \rho^2 v^2}{\rho v} = \frac{P_m^2}{2\rho v}$$

$$I = \frac{P_m^2}{2\rho v}$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$ bu neyi ifade ediyor.

Bir dedektör A noktasında sesin şiddetini I ölçüyor. desibel cinsinden bunun değeri β'dır. ses yüksekliğidir.

(Kitaplarda bu $I_0 = 10^{-12}\ W/m^2$ standartı ile verilir. Bu insanın duyabileceği min değerdir)

0 dB	duyma sınırı
10 dB	Hışırtı
20 dB	Fısıltı
30 dB	sakin ev odası
60 dB	normal konuşma

$$\frac{I_1}{I_2} = 4 \text{ kat.}$$

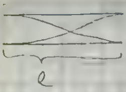
$$\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

$$\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$$

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 6\ dB$$ kadar.

120 dB için şiddet. $120 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$

$$10^{12} = \frac{I_1}{I_0} \Rightarrow I_1 = 10^{12} I_0$$



$\ell = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2\nu}$ ise $\nu = \frac{v}{2\ell}$ olur.

$\ell = \lambda = \frac{v}{\nu}$ ise $\nu = \frac{v}{\ell}$

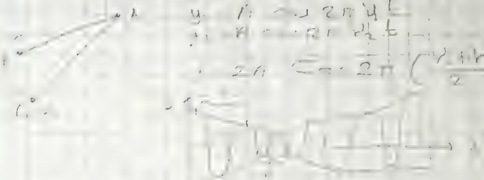
ise genelleme ile $\nu_n = \frac{nv}{2\ell}$ olur

[illegible] frekans [illegible] genellikle [illegible]

$\ell = \frac{\lambda}{4} = \frac{v}{4\nu}$ $\nu = \frac{v}{4\ell}$

VURU:

[illegible] ses dalgaları [illegible]



$y_1 = A\cos 2\pi\nu_1 t$

$y_2 = A\cos 2\pi\nu_2 t$

$y = 2A\cos 2\pi\left(\frac{\nu_1+\nu_2}{2}\right)t \cdot \cos 2\pi\left(\frac{\nu_1-\nu_2}{2}\right)t$

[illegible]

$T = \frac{1}{f}$

[illegible]

[illegible]

$$t = \frac{n}{\nu_1 - \nu_2} \qquad t_1 = \frac{1}{\nu_1 - \nu_2} \qquad t_2 = \frac{2}{\nu_1 - \nu_2}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{1}{\nu_1 - \nu_2}$$

(Δt) Vurunun periyodu

$$\frac{1}{\Delta t} = \nu_1 - \nu_2 \quad \text{olur.}$$

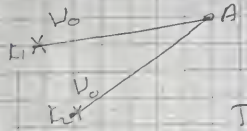
Ex: a) $\nu_1 = 512$ Hz ve $\nu_2 = 510$ Hz'lik diyapozonlarımız var $\nu_{vuru} = ?$

b) yine $\nu_1 = 1000$ Hz ve $\nu_2 = 1010$ Hz'likleri titreştirdik $\nu_{vuru} = ?$

a) $\nu_{vuru} = 2$ Hz (Saniyede 2 kez ses yükselip alçalacak)

b) $\nu_{vuru} = 10$ Hz (Bunu kulak ayırt edemez)

Ex: $y = 2A \cos(\delta) \cos(kx - \omega t + \kappa)$



A'da genlik sabit olacak ama faz farkı (yol farkına) bağlı olarak genlik değeri değişecektir.

Tam değeri bulmak için

$y_1 = A \cos(kr_1 - \omega t + \phi)$

$y_2 = A \cos(kr_2 - \omega t + \phi')$'nün toplamıdır

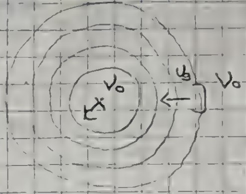
$$y = 2A \cos\left(k\frac{r_1 + r_2}{2} - \omega t + \frac{\phi + \phi'}{2}\right) \cos\left(k\frac{r_1 - r_2}{2} + \frac{\phi - \phi'}{2}\right)$$

olur.

Başlangıçta faz farkı yoksa;

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{r_1 - r_2}{2} = n\lambda \Rightarrow r_1 - r_2 = n\lambda \text{ olur.}$$

Doppler Olayı:



Dedektörümüz ve kaynak sabitken birim zamanda ν_0 kadar dalga cephesi duyarken kaynağa doğru yaklaşırsa duyduğu miktar;

$$\nu' = \nu_0 + \frac{\vartheta_g}{\lambda} = \nu_0 + \frac{\vartheta_g}{\frac{\vartheta_d}{\nu_0}}$$

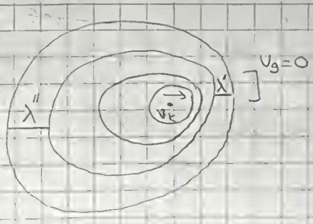
$$\nu' = \nu_0\left(1 + \frac{\vartheta_g}{\vartheta_d}\right)$$

$$\nu' = \nu_0\left(\frac{\vartheta_d + \vartheta_g}{\vartheta_d}\right)$$ olur

V_d = dalga hızı
V_g = Gözlenen hız

Uzaklaşsaydı $\nu' = \nu_0\left(\frac{\vartheta_d - \vartheta_g}{\vartheta_d}\right)$

Eğer kaynakta varsa bu durumda; $\nu' = \nu_0\left(\frac{\vartheta_d \mp \vartheta_g}{\vartheta_d \mp \vartheta_k}\right)$



Eğer hareketsiz durumda dalga boyu λ ise bu durumda $\lambda' < \lambda < \lambda''$ olacaktır.

$$\lambda' = \lambda - \frac{\vartheta_k}{\nu_0} = \frac{\vartheta_d - \vartheta_k}{\nu_0} = \frac{\vartheta_d}{\nu'}$$

(kaynağın yer değiştirme zamanı (bir T için))

Buradan $\nu' = \nu_0\left(\frac{\vartheta_d}{\vartheta_d - \vartheta_k}\right)$ olur.

$\lambda'' = \lambda + \frac{\vartheta_k}{\nu_0}$ olursa $\nu' = \nu_0\left(\frac{\vartheta_d}{\vartheta_d + \vartheta_k}\right)$ olur.

Genel formül $\nu' = \nu_0\left(\frac{\vartheta_d \mp \vartheta_g}{\vartheta_d \mp \vartheta_k}\right)$ olur.

Ortamda hareket ediyorsa bütün hızlar ortama göre alınmalıdır.

Ex: ν_0 = [illegible]00 Hz $\longrightarrow \vartheta_k = 20\ m/s$ $\longrightarrow \vartheta_g = 20\ m/s$

$\longleftarrow V_{rüzgar} = 10\ m/s$

$\vartheta_g = 10\ m/s$

[illegible]

* Rıza Sungur

(+) yön →

$\nu' = \nu_0\left(\frac{\vartheta_{do} - \vartheta_{go}}{\vartheta_{do} - \vartheta_{ko}}\right) \Rightarrow$

$\nu' = 500\left(\frac{340-30}{340-40}\right) \Rightarrow$

$\nu' = 516,67\ s^{-1}$

$\vec{\vartheta}_{go} = \vec{\vartheta}_{gy} - \vec{\vartheta}_{oy}$

$\vec{\vartheta}_{go} = 20 - (-10)$

$\vec{\vartheta}_{go} = 30\ m/s$

$\vec{\vartheta}_{ko} = \vartheta_{ky} + \vartheta_{oy}$

$= 30 + 10 = 40\ m/s$

* Hocanın yolu

$\nu' = \nu_0\left(\frac{V_{dy} - V_{gy}}{V_{dy} - \vartheta_{ky}}\right)$

$\nu' = 500\left(\frac{330-20}{330-30}\right) = 516,67\ s^{-1}$

$\nu'' = 500\left(\frac{350-10}{350+30}\right)$

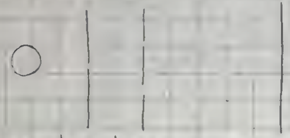
Bu işte (+) yön ← alındı)

$\nu'' = 447,37\ Hz$

$\vartheta_{dy} = \vartheta_{dh} + \vartheta_{hy} = (340 + 10)\ m/s = 350\ m/s$

IŞIK BİLGİSİ:

Kabaca girişim iki ayrı kaynaktan çıkan dalgaların bir A noktasında üst üste gelmesidir.

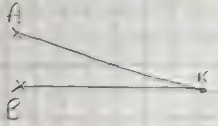


Perdedeki şiddeti arttırmak için birim zamanda kaynaktan yayılan foton sayısını arttırırız. Bu şiddeti arttırır.

Bir noktada aydınlık ya da karanlık gözlenebilmesi için o noktada tek bir ortamın (kaynağın) tesirlerinin üst üste gelmesi gerekir)

İki ayrı kaynak 10^{-8} s. de salındıkları için biz gözlemleyemeyiz. Çünkü tümü olay bu zamanda olacaktır.

İki Dalganın Üst üste Gelmesi:



$y_A = y_0 \sin \omega t$

$y_B = y_0 \sin(\omega t + \phi)$

ϕ yol farkına ve A ve B'nin başlangıç faz farkına bağlıdır.

Zamandan bağımsız kısım genliktir.

$y = y_A + y_B = 2 y_0 \cos\frac{\phi}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)$

$\delta = r_B - r_A$

Başlangıç ϕ kx kaynağında ise

$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$

FAZ FARKI İLE YOL FARKINI BAĞLAYAN İFADE

$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\phi}{2\pi}$ olur.

$I = I_0 \cos^2\frac{\phi}{2}$ olur.

Bir zaman içinde ortalama değeri alacağız.

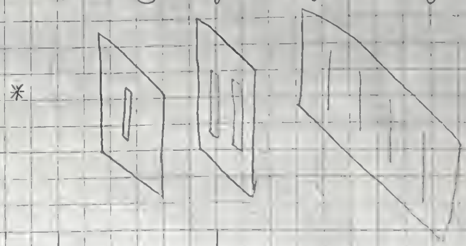
$I_0 \propto 2 y_0^2$

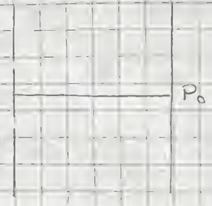
$\phi = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi$ $\frac{\phi}{2}$ $0, \pi, 2\pi$ olacağından en büyük şiddet elde edilir. Aydınlık saçaklar görülür. (Herhangi bir dalga ile yapıcı dalga şartı)

$\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, 7\pi$ $\phi/2 = \frac{\pi}{2}, 3\pi/2$ şeklinde olacağından yıkıcı girişim şartı (Işıkta karanlık).

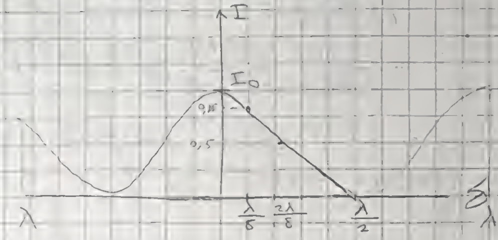
$I_0 = I_0 \cos^2 \frac{\pi \delta}{\lambda}$ 'da yazılabilir.

Bu sonucu Young deneyine uygulayalım. (Eğer yarık yerine noktalar kullanırsak aynı merkezli dalgalar görürüz.
İlk yarık olmazsa iki yarığa düşen ışığın yol farkını da almamız gerekir)





P_0'da yol farkı 0 olduğundan
$I_0 \cos^2 \frac{\pi 0}{\lambda} = 0$ max şiddet



Üç yarık olursa merkezdeki aydınlık şiddet artacak [illegible] da olacak. Ama [illegible] Netlik artacak.

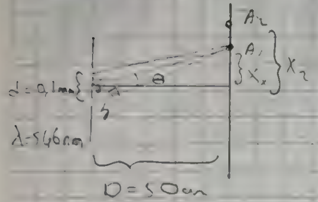
$\phi = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$

$\delta = \frac{\lambda}{8}$

$\phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \delta = \frac{\lambda}{4}$

* Yarık genişliklerinden dolayı kırınım etkisi olacağından dış yanlara gidildikçe aydınlık şiddeti azalır. (belik yarıkların kırınım etkisini belirler)

Soru:



Aydınlık saçaklar arası uzaklık

Aydınlık sarttı $\delta = d\sin\theta = m\lambda$ ile verilir.

$$\tan\theta = \frac{\delta}{d} = \frac{x}{D}$$

$$x_1 = D\frac{m\lambda}{d}$$

$$x_2 = D\frac{(m+1)\lambda}{d} \qquad \Delta x = x_2 - x_1 = \frac{D\lambda}{d} = \frac{0{,}5 \cdot 546 \cdot 10^{-9}}{1 \cdot 10^{-3}}$$

$$\Delta x = 2{,}7 \cdot 10^{-3} m = 2{,}7 m.$$

d = 0,022 cm.
D = 100 cm.
A_2 = 0,5 cm uzaktadır ise
↓
Aydınlık

$$\sin\theta = \frac{\delta}{d} = \frac{x}{D}$$

$$\lambda = \frac{dx}{2\lambda} \quad \text{olur}$$

$$\lambda = 575 nm.$$

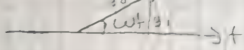
Yine d ve D aynı kalmak durumunda $\lambda_{mavisi} = 436$ nm
$\lambda_{yeşil} = 546$ nm

ar. 1. aydınlık çizgileri arasında hangisi dışarda olur. Hangisinin dalga boyu büyükse o dışarda olur. Aralarındaki fark nedir?

$$x_y - x_m = \frac{D\lambda_y}{d} - \frac{D\lambda_m}{d} = \frac{D}{d}(\lambda_y - \lambda_m)$$

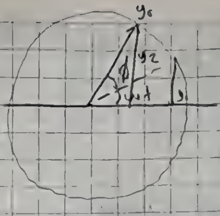
Dalgaların Phasor Yöntemi ile Toplanması

Herhangi bir noktadaki dalgayı $y = y_0 \sin wt$ ile ifade edebiliriz.

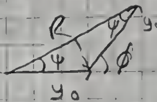


Büyüklüğü y_0 olan bir vektör [illegible] ve döndürüyoruz

$y_2 = y_0 \sin(wt + \phi)$ [illegible]



Bu iki dalgayı nasıl toplarız. Görüldüğü gibi ωt hepsinde ortak. Bu nedenle etken başlangıcı olarak ωt'den sonraları alacağız.

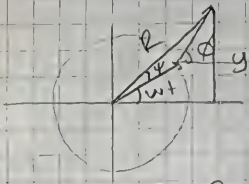


$\phi = 2\psi$ olur.

$\frac{R}{2} = y_0 \cdot \cos\psi$

$\frac{R}{2} = y_0 \cos\frac{\phi}{2}$

Bunu şekilde görelim



R'nin ismi toplam dalganın genliğidir.

Bu şekilde $R = 2y_0 \cos\frac{\phi}{2}$ olur.

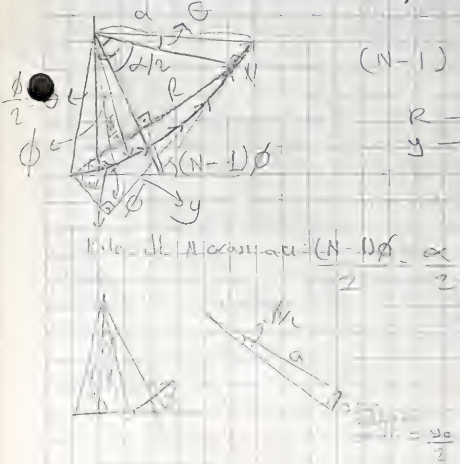
y'yi nasıl denklemde ne yazarız. $y = y_1 + y_2$ olur.

$y \Rightarrow \sin(\omega t + \frac{\phi}{2}) = \frac{y}{R}$

$y = R \sin(\omega t + \frac{\phi}{2})$ olur.

$y = 2y_0 \cos\frac{\phi}{2} \sin(\omega t + \frac{\phi}{2})$

Aralarında ϕ Kadar Faz Farkı Olan N adet dalga Toplamı:



$(N-1)\phi = \alpha$

R → Toplam genlik

$y \rightarrow f(\omega, \phi)$, N

$\sin(\frac{\alpha}{2} + \theta) = \frac{R}{2a}$

$R = 2a \sin(\frac{\alpha}{2} + \theta)$

$R = \frac{y_0}{\sin\frac{\phi}{2}} \sin(\frac{\alpha}{2} + \frac{\phi}{2})$

$a = \frac{y_0}{2\sin\frac{\phi}{2}}$

$$R = y_0 \frac{\sin \frac{N\phi}{2}}{\sin \frac{\phi}{2}}$$

$$R = y_0 \frac{\sin \frac{N\phi}{2}}{\sin \frac{\phi}{2}}$$

$4y_0$

$I_0 = 16 y_0^2$

ωt 1 fazör ile altındaki oranındaki açıdır.

$$\frac{y}{R} = \sin\left[\omega t + \frac{(N-1)\phi}{2}\right]$$

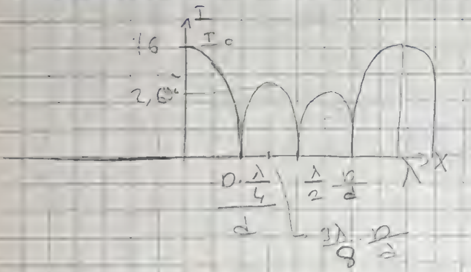
$$y = y_0 \frac{\sin\left(\frac{N\phi}{2}\right)}{\sin \frac{\phi}{2}} \sin\left[\omega t + \frac{(N-1)\phi}{2}\right]$$

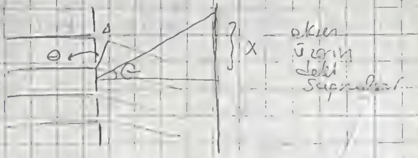
Genel toplam dalga denklemi

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \frac{N\phi}{2}}{\sin^2 \frac{\phi}{2}}$$

Aralarında Ø faz farkı olan N dalganın üst üste gelmesi şiddetle alınıcı ... dır.

Soru:





Aralarında Ø kadar faz farkı olan 4 yarıktan şiddet dağılımını çizin

Ø = 0 için R'nin büyüklüğü alınır. (Yatay ve açısının Ø'ye genel) R = N ... gibi ifade edilir.

$I_0 = (4y)^2$ ile ... $16 y_0^2$

$\phi = \frac{\pi}{2}$ için.

$$\frac{\pi}{2} = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta$$

$$\Delta = \frac{\lambda}{4}$$

$$\sin\theta = \frac{\frac{\lambda}{4}}{d} = \frac{x}{D}$$

$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2} = \pi$

$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{3}{8}\lambda$ olunca $I = I_0 \frac{\sin \frac{3}{2}\pi}{\sin^2 \frac{3}{2}\frac{\pi}{2}} = I_0 \frac{1}{\quad}$

$=$

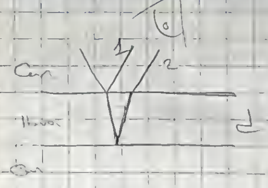
$\phi = \frac{3}{4}\pi$

4 yarıkta 1 büyük, 2 ufak
5 " büyükler değişmez, 3 ara ufak.
Max şiddetler değişir.

I R'nin karesi ile orantılıdır.

Yarık sayısı arttıkça aradakilerin şiddeti azalır.

Newton Halkaları İnce Filmlerde Girişim



2 numara 2d uzunluğunda fazla yol alıyo.

Net gecikme $2d - \frac{\lambda}{2}$ olur

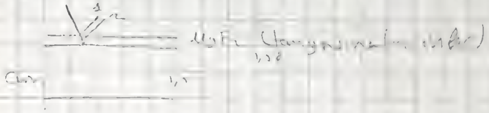
Camdan havaya geldik. Yansımada 1 numara faz farkı kazanır.
2 no 2d kadar gecikir ama $\frac{\lambda}{2}$ kadar ileri geçti.

※ $\phi = \pi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta$

$\Delta = \frac{\lambda}{2}$

$2d - \frac{\lambda}{2} = m\lambda$ parlak saçak $m=0$

$2d - \frac{\lambda}{2} = (2m-1)\frac{\lambda}{2}$ olursa karanlık $m=0$



$2dn = \frac{\lambda}{2}$

ise 2 yol farkı kazanır. $\frac{\lambda}{2}$ olup toplam yol farkı

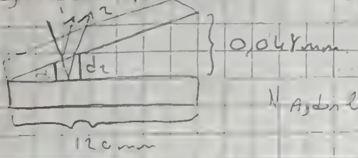
$\frac{\lambda}{2}$'nin tek katları olursa karanlık olur

$n = \frac{\lambda}{\lambda_n} = \frac{c}{v_n}$

n büyük ise

Optik yol $L = n\ell$

Soru: $\lambda = 600$ nm dalgaboylu geniş bir kaynak bir kenarları birbirine değen iki kenarı arasındaki ile 0,04 mm olan iki cam levha aydınlatıyor.
Değen kısımdan 120 mm alınırsa kaç aydınlık saçak gözlenir.



$N_{\text{Aydınlık saçak}} = ?$

Camdan yansıyanla olan girişimi cam çok kalın olduğundan gözlenemiyor.

$$2d - \frac{\lambda}{2} = n.\lambda \quad \text{olursa aydınlık olur.}$$

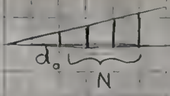
Ardarda gelen iki aydınlık saçak kalınlığı d_1 ve d_2 olsun.

$$2d_1 - \frac{\lambda}{2} = n.\lambda$$

$$2d_2 - \frac{\lambda}{2} = (n+1)\lambda$$

$$d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2}$$ (İki sekiz[illegible] [illegible] aydınlık [illegible] [illegible])

$2d + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$ m=0'dan başlıyordu

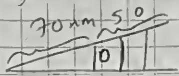


$d_0 = \frac{\lambda}{4}$

$d_0 + N\frac{\lambda}{2} = 0{,}048 \cdot 10^{-3}$ (Son kısmı aydınlık kabul ettik çünkü karanlık olsaydı [illegible] tam [illegible])

$N = 140{,}6$ Total Aydınlık: $d_0 + 140 = 141$

Eğer açık kısımda 50 nm'lik olandakini isterse (Aydınlık sayısı)



$\frac{D}{L} = \frac{70}{120}$

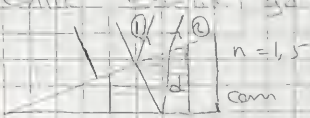
$D = \frac{7}{12} \times 0{,}048$

$N_1 = \frac{(0{,}048 \cdot 10^{-3} - 170 \cdot 10^{-9})2}{680 \cdot 10^{-9}}$

141'den N_1 değerini çıkarırsam n_{50} (50 nm'lik bölgedeki aydınlık sayısı)

$n_{50} = 141 - (N_1 + 1)$
↓
d_0'dan gelen

Soru: Dalgaboyu 630 nm olan ışık kırma indisi 1,5 olan kama şeklinde bir film üzerine dik olarak gelmektedir. Filmin belirli bir bölgesinde 10 parlak, 9 karanlık saçak gözlenmektedir. Bu aralık içinde film kalınlığı ne kadar değişmektedir?



$2nd + \frac{\lambda}{2}$ yol farkı

$2nd_1 + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$

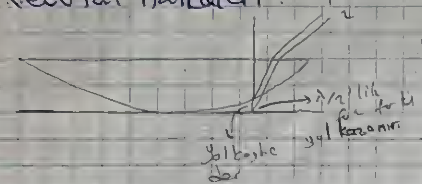
$2nd_2 + \frac{\lambda}{2} = (m+9)\lambda$

$2nd_2 - 2nd_1 = 9\lambda$

$\Delta d = \frac{9\lambda}{2n}$ [illegible] ([illegible]) şeklinde de yapabiliriz

$$d_2 - d_1 = \frac{9 \times 600 \times 10^{-9}}{2 \cdot 1,5} = 1,89 \cdot 10^{-6}\ m$$

Newton Halkaları:



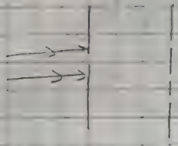
$$2d - \frac{\lambda}{2} = m\lambda \quad \text{Aydınlık}$$

$$2d - \frac{\lambda}{2} = (2m-1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{Karanlık}$$

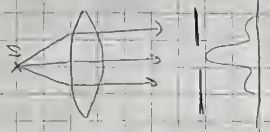
KIRINIM:

Tek Yarıkta Kırınım:

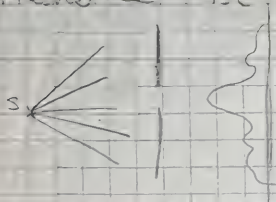
İki tip kırınım olayı vardır. Fraunhofer ve Fresnel.



Bu durumda paralel olan ışını paralel leştirmek lazım



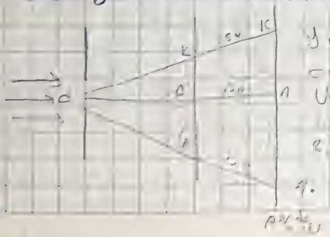
Fresnel'de ise paralelleştirme olmadığındır.



Anahtar deliğinde bile kırınım olur. [illegible] belirli bir uzaklıktan sonra ile yalnız cismi [illegible]

Kırınımı gözlemek için d λ mertebesinde [illegible]

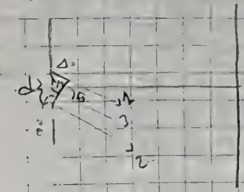
Tek Yarıkta Kırınım:



Yarık daraldıkça merkez saçak genişleyecektir.
Uzaklığı [illegible] şiddeti [illegible]
[illegible]
[illegible]

İki şiddet eğrisi altındaki alan eşittir.

Tek yarıktan kırınımda aydınlık ve karanlık şartını inceleyelim.

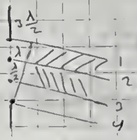


Δ 1, 2 arası yol farkı.

1, 2 arası yol farkı λ ise, 3 ile 1 arası $\frac{\lambda}{2}$ olup birbirini söndürür.

Tek yarıkta karanlık şartı $\sin\theta = \frac{m\lambda}{d}$ (m = 1'den başlar)

$d \sin\theta = m\lambda$ KARANLIK



////// ile gösterilen 2'nin altı ile 4 arası birbirini söndüremez.

Tek yarıkta kırınımda parlak saçak şartı şudur.

$$\sin\theta = \frac{\Delta}{d} = \frac{(2m+1)\frac{\lambda}{2}}{d}$$ (Burada da m = 1'den başlar)

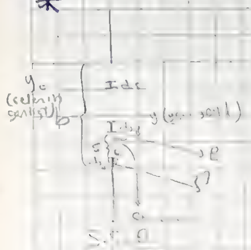
Şiddet hızla azalır. Tek yarıkta hızla azalır.

m = 0 koşulunda bulma durum merkez saçağı içinde kalır.

Birinci minimum giren açı $\sin\theta = \frac{\lambda}{d}$

● Dalgaboyu büyük olan kırınımı büyük olacağından kırmızı ile de gösterdik, kırmızınınki daha geniştir.

*



b yarığını da tabakalarda küçük birçok yarıklardan oluştuğunu kabul edelim (d_s'ler birbirine eşit) dalgacıklarından gelen ışın farkını referans almak istiyoruz.

$$dy_A = \left(\frac{y_0}{b} ds_A\right) \sin 2\pi f t$$

$$dy_B = \left(\frac{y_0}{b} ds_B\right) \cdot \sin(2\pi f t - \phi)$$

Görüldüğü gibi yarık ne kadar büyük ise genlik o kadar büyük, ne kadar küçük olursa etkiler küçük olur.

$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} s \sin\theta$ olduğundan $dy_B = \left(\frac{y_0}{b} \cdot ds_B\right) \cdot \sin(2\pi f t - \frac{2\pi}{\lambda} s \sin\theta)$

Sonuç y tüm (seçilen doğrultuda (θ bir açıdır) dalgaların bu doğrultudaki toplamıdır.

$$y = \frac{y_0}{b} \int_0^b \sin 2\pi \left(ft - \frac{s \sin\theta}{\lambda}\right) ds$$

$$y = \frac{y_0 \lambda}{2b\pi} \left[\frac{1}{\sin\theta} \cos 2\pi \left(ft - \frac{s \sin\theta}{\lambda}\right)\right]_0^b$$

$$y = \frac{y_0 \lambda}{2\pi b \sin\theta} \left[\cos 2\pi \left(ft - \frac{b \sin\theta}{\lambda}\right) - \cos 2\pi ft\right]$$

Bu iki cos ifadeyi $\cos A - \cos B = -2 \sin\frac{A+B}{2} \sin\frac{A-B}{2}$

$$-y = \frac{y_0 \lambda}{2\pi b \sin\theta} \left[2 \sin 2\pi \left(ft - \frac{b \sin\theta}{2\lambda}\right) \sin\frac{2\pi b \sin\theta}{2\lambda}\right]$$

Cos'ları ... sinüslü ... araya attık

$$y = \frac{y_0 \lambda}{\pi b \sin\theta} \sin\frac{\pi b \sin\theta}{\lambda} \sin 2\pi \left(ft - \frac{b \sin\theta}{2\lambda}\right)$$

(Genlik)

$$\beta = \frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}$$

$$y = y_0 \frac{\sin\beta}{\beta} \sin 2\pi \left(ft - \frac{b \sin\theta}{2\lambda}\right)$$

doğrultu değiştikçe genlik ve faz değişecek

$I \sim R^2$ ile orantılı olduğundan ve $R = y_0 \frac{\sin\beta}{\beta}$

$$I = I_0^2 \frac{\sin^2\beta}{\beta^2}$$ olur. $\beta = \frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}$ idi.

Tek yarıktan ... [illegible]

$\beta = 0, \pi, 2\pi$ ($= m\pi$) iken

$m\pi = \frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}$

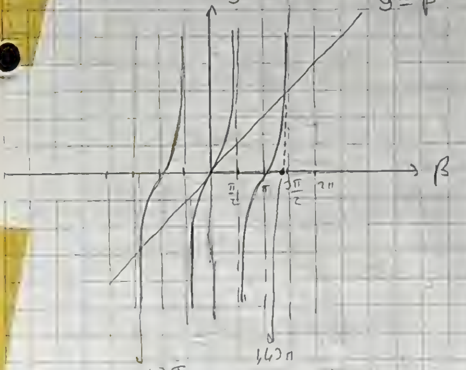
$\sin\theta = \frac{m\lambda}{b}$ min

Peki aydınlık nedir $\frac{dI}{d\beta} = 0$ durumuna bakalım

$$\frac{dI}{d\beta} = \frac{2(\sin\beta \cos\beta)\cdot\beta^2 - 2\beta\sin^2\beta}{\beta^4} = 0$$

olursa $2(\cos\beta)\beta - 2\sin\beta = 0$

$\beta = \tan\beta$ koşulu sağlandığından max elde edilir.



I. max (merkez) $\beta = 0$

$\beta \cong \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}$ olmalı.

Dikkat bunlar yaklaşık

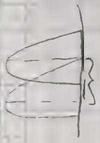
Ayırma Gücü:

Kaynaklardan gelen ışık dalgaları d genişlikli yarıktan kırınırlar.

Yarıkların (lekeler) ne kadar yakın olur

olsun lekeler arasındaki uzaklık ne

dir.



Birinin max olduğu yerde diğeri min. o locak kadar yaklaştırılabilir

$\sin\epsilon = \frac{\lambda}{d}$ idi

Dairesel delik olursa $\sin\epsilon = 1,22\frac{\lambda}{d}$ olur (Birinci min.'u veren açı)

ϵ'nın mümkün olduğunca küçük olması gerekir. d büyür ve (λ ile oynayamıyoruz) açıklıkla ayırma gücü artar.

$\sin\epsilon = 1,22\frac{\lambda}{d}$

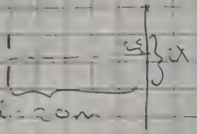
$\epsilon = 1,22\frac{\lambda}{d}$

Soru: Lazer penceresi 4mm, Lazer duvar arası 20 m. ise duvarda elde edilen noktanın çapı (genişliği) - ?

$R = 4mm$
$L = 20m$
$\lambda = 600 nm$

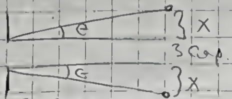
Deliklerde $\sin\theta = 1{,}22 \frac{\lambda}{d}$ idi.

$\sin\theta = \frac{x}{L} \Rightarrow 1{,}22 \frac{600 \cdot 10^{-9} \cdot 20}{4 \cdot 10^{-3}} = x$



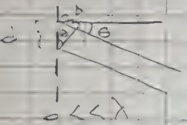
$x = 3{,}6$ mm dir.

Halbuki yarık 4mm dolayında θ böyle alınır. Dairesel deliklerde θ.



Toplam ışık leke çap $+ 2x = 4 + 7{,}2 = 11{,}2$ mm

Yine böyle olan bir gelen ışık kaynakları paralel kabul edersek ... olur.



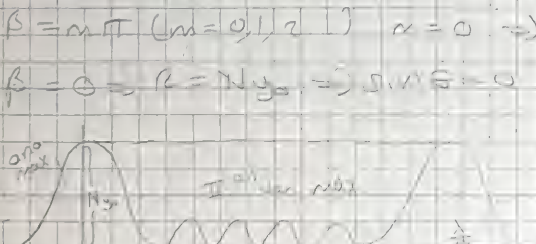
$\phi = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$ $\quad d\sin\theta = m\lambda$ (max. şartı)

$R = y_0 \frac{\sin\frac{N\phi}{2}}{\sin\frac{\phi}{2}} = y_0 \frac{\sin\left[\frac{N 2\pi d \sin\theta}{2\lambda}\right]}{\sin\left[\frac{2\pi}{2\lambda} d \sin\theta\right]}$

$\Rightarrow R = y_0 \frac{\sin\left[\frac{N\pi}{\lambda} d \sin\theta\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta\right]} = y_0 \frac{\sin N\beta}{\sin\beta}$ Burada $\beta = \frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta$

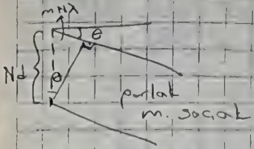
$\beta = m\pi$ $(m = 0, 1, 2 \ldots)$ $\alpha = 0 \Rightarrow \lim_{\beta \to 0} \frac{N \cos N\beta}{\cos\beta} = N$

$\beta = 0 \Rightarrow R = N y_0 \Rightarrow \sin\theta = 0$



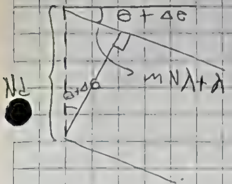
Fundamental of Optics Jenkins and White.

$m = 1 \Rightarrow d \sin\theta = m\lambda \Rightarrow \sin\theta = \frac{\lambda}{d}$ olur.



$$\sin\theta = \frac{N m\lambda}{N d} = \frac{m\lambda}{d}$$

Şimdi θ açısını Δθ kadar değiştirelim



$$\sin(\theta + \Delta\theta) = \frac{N m \lambda + \lambda}{N d}$$

$N m \lambda + \lambda = N d \sin(\theta + \Delta\theta)$ olur.

$= N d\,[\sin\theta \overbrace{\cos\Delta\theta}^{1} + \overbrace{\sin\Delta\theta}^{\Delta\theta} \cdot \cos\theta]$

Burada Δθ çok küçük olduğu için $\Delta\theta \cong 0$

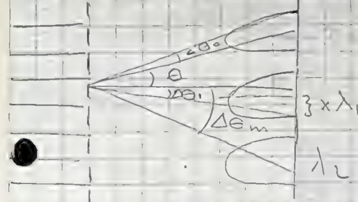
Burada Δθ çok küçük olduğundan $\sin\Delta\theta \cong \Delta\theta$ alınabilir.

Ayrıca $m\lambda = d \sin\theta$ alırsak

$N d \sin\theta + \lambda = N d \sin\theta + N d (\Delta\theta) \cos\theta$

$\Rightarrow \lambda = N d (\Delta\theta) \cos\theta$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{\lambda}{N d \cos\theta}$$

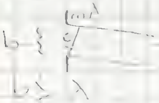


Saçaklar mertebe arttıkça genişleyecek

$$\Delta\theta_0 = \frac{\lambda}{N d} \qquad \Delta\theta = \frac{\lambda}{D}$$

$d \sin\theta = k \frac{\lambda}{N}$ $(k \neq N)$ min. şartı

II. doğrudan max sayısı N−2'ye eşittir. Yarık genişliği etkili olursa bu durum şu şekilde gerçekleşir.



$m = (1, 2, 3 \ldots)$ $\quad b \sin\theta = m\lambda$ (min)

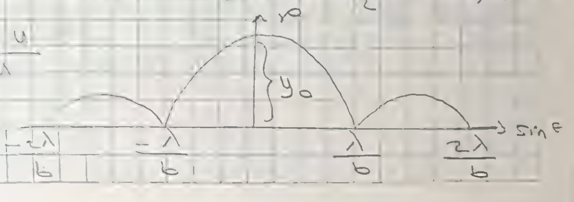
$b \sin\theta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ $(m = 1, 2)$ max

$$y = y_0 \frac{\sin u}{u}$$

u [illegible] $b \sin\theta$

[illegible]

[illegible] (kırınım)



Şiddet Dağılımı:

Yarık genişliğini ihmal edersek $I = I_0 \dfrac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}$

Tek yarıkta şiddet dağılımı: $I = I_0 \dfrac{\sin^2 u}{u^2}$

$$\Rightarrow I = I_0 \frac{\sin^2 N\beta}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin^2 u}{u^2}$$

$$R = R_0 \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin u}{u}$$

Tek yarıkta minimum şartı; $\sin\theta = \dfrac{m\lambda}{b}$

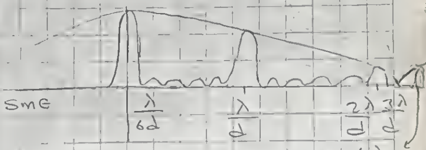
1. min. şartı; $m = 1 \Rightarrow \sin\theta = \dfrac{\lambda}{b} - \dfrac{3\lambda}{b}$

Optik ağda max şartı; $d \sin\theta = m\lambda$

Örnek $m = 1$ $\quad \sin\theta = \dfrac{\lambda}{d}$

$N = 6$, $\dfrac{b}{d} = 36$ $\Big\} \Rightarrow \sin\theta = \dfrac{k\lambda}{Nd} \Rightarrow \sin\theta = \dfrac{\lambda}{6d}$

$(k = 1, 2, \dots)$



Eğer: $\sin\theta = 2{,}5 \dfrac{\lambda}{d} \Rightarrow d = ?$

$R = y_0 \dfrac{\sin N\beta}{\sin\beta} \quad \dfrac{\sin u}{u}$ $\qquad \beta = \dfrac{\pi d}{\lambda} \cdot 2{,}5 \dfrac{\lambda}{d} = 2{,}5\pi$

$u = \dfrac{\pi d}{\lambda} \sin\theta = \dfrac{\pi d}{\lambda} \cdot 2{,}5 \dfrac{\lambda}{d}$

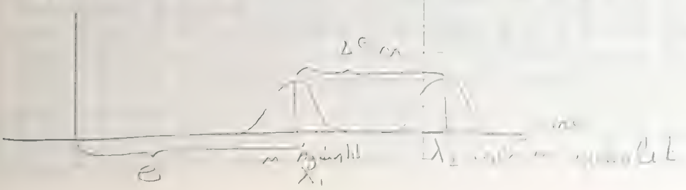
$u = \dfrac{2{,}5}{3} \pi$

Optik Ağda Dispersiyon ve Ayırma Gücü:

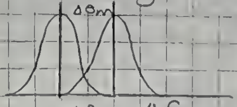
$d \sin\theta = m\lambda$

$m \dfrac{d\lambda}{d\theta} = d \cos\theta$ $\qquad D = \dfrac{d\theta}{d\lambda} = \dfrac{m}{d\cos\theta}$ (Ayırma gücü)

$\dfrac{\Delta\theta}{d\lambda} = \dfrac{m}{d\cos\theta} \Rightarrow \Delta\theta_m = \dfrac{m\Delta\lambda}{d\cos\theta}$ (Rezonans ...)

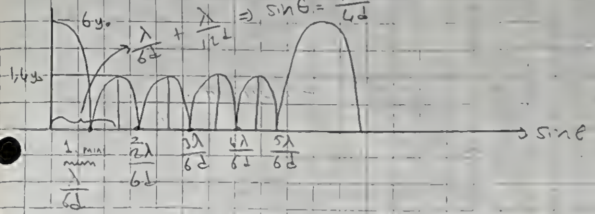


Dispersiyon ne kadar büyükse λ'yı hesaplamak o kadar kolay olur.

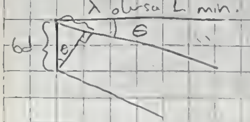


$$m \frac{\Delta\lambda}{d\cos\theta} = \frac{\lambda}{N d \cos\theta} \Rightarrow R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N \cdot m$$

Optik ağda ayırma gücü



1. min. için
λ olursa 1. min.



$\sin\theta = \frac{k\lambda}{N d}$ $(k = 1, 2, \dots)$

$\sin\theta = \frac{k\lambda}{6d}$ burada $k \neq 6$ d

1. min ⇒ $\sin\theta = \frac{1 \cdot \lambda}{6d}$

2. min : $\sin\theta = \frac{2\lambda}{6d}$ 3. min : $\sin\theta = \frac{3\lambda}{6d}$

Şimdi bu minimumların boyunu bulalım yani genlikle- rini hesaplayalım.

$$R = y_0 \frac{\sin \frac{N\pi}{\lambda} d \sin\theta}{\sin \frac{\pi}{\lambda} d \sin\theta}$$ sinθ'nın herhangi birisini yerine koyalım.

$$R = y_0 \frac{\sin \frac{6\pi}{\lambda} d \frac{\lambda}{4d}}{\sin \frac{\pi}{\lambda} d \frac{\lambda}{4d}} = 1,4 y_0 \text{ olur}$$

Örn: $\lambda_1 = 589$ nm ve $\lambda_2 = $ [illegible] nm ise bu iki ışık 7500 çizgi/cm olan bir optik ağ üzerine düşüyor.

a) max mertebe sayısı = ?

$\lambda = d \sin\theta \Rightarrow m_{max} = 2,26$
$m_{max} = 2$ olur

Ayrıca $d = \frac{L}{N}$ → optik ağ genişliği, N → yarık sayısı

$d = \frac{10^{-2}}{7500}$ m

b) Açısal dispersiyon = ?

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta} = \frac{2}{\frac{1}{7500} \times 0{,}464} = 324 \cdot 10^{-5}\ \text{rad/m}$$

Burada $\sin\theta = \frac{m\lambda}{d}$

Ayrıca açısal dispersiyon 2. aydınlık saçağı ayırt etme gücü olduğu için:

$$\sin\theta = \frac{2\lambda}{d} \Rightarrow \sin\theta = 0{,}886 \text{ bulunur}$$

$\Rightarrow \cos\theta$'da $= 0{,}464$ bulunur.

c) Ağın minimum aydınlatıldığında görülebilir kısmı ne kadardır?

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N \cdot m \Rightarrow mN = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \Rightarrow N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda \cdot m} = \frac{589}{2 \cdot 0{,}59} = 500 \text{ çizgi}$$

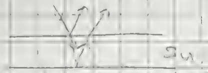
$$\Rightarrow b = dN = 1{,}33 \cdot 10^{-6} \cdot 500 = 0{,}07 \text{ cm}$$

NOT: BİR HAVA KAMASINDA AYDINLIK İÇİN λ/4 KALA[illegible] OLMALI; GÜNKÜ AYDINLIKTA YOL FARKI KESİNLİKLE 0 OLMALIDIR

Örn: Su içinde kalınlığı 320 nm olan ($n_{su} = 1.33$) film düşünelim. Yüzeye normal doğrultusunda beyaz ışıkla aydınlatılan filmi yukarıdan baktığımızda ne renk görünür.

Beyaz ışığın dalga boyu (4000 – 7000) Å arasındadır. λ ?

$$2n \cdot d + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$



İki ışık arasındaki aydınlık şartı [illegible]

$$x_1 - x_2 = 2nd + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2nd}{m - \frac{1}{2}} = \frac{851{,}2}{m - \frac{1}{2}} \text{ nm}$$

$m = 1 \Rightarrow \lambda = 1702{,}4$ nm olup görülmez

$m = 2 \Rightarrow \lambda = 567$ nm → bunu göz görebilir

$m = 3 \Rightarrow \lambda = 340$ nm → " görünmez

Örn: Bir optik ağdan 25,4 mm içinde düzgün olarak 10^4 çizgi yerleştirilmiştir. Bu optik ağ sodyum buharı bulunan lamba ile aydınlatılıyor. Bu sodyum buharında 2 dalga boyu bulunuyor. Gelen ışık yüzeyin normali ile aydınlatılıyor.

$\lambda_1 = 589,00\, nm$, $\lambda_2 = 589,59\, nm$

a) λ_1 için ilk max olduğu açı = ?

$d \sin\theta = m\lambda$

$m = 1$ $\sin\theta = \frac{\lambda_1}{d} = \frac{589,00 \times 10^{-9}}{\frac{25,4}{10^4} \times 10^{-3}} = 0,23 \Rightarrow \theta = 13,4°$

b) I. max'lar arasındaki açısal ayrılmalar nekadardır.

$\Delta\theta_m = ?$ $d \cos\theta = \frac{d\lambda}{d\theta}$

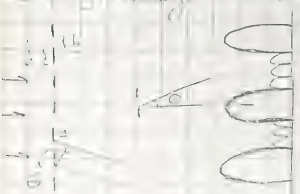
$$\Delta\theta_m = \frac{\Delta\lambda}{d\cos\theta} = \frac{0,59 \times 10^{-9}}{\frac{25,4 \times 10^{-3}}{10^4} \times \underbrace{\cos(13,4)}_{0,97}}$$

$\Rightarrow \Delta\theta_m = 2 \times 10^{-9}\, rad$

c) λ_1 λ_2'ni 3. mertebede aydınlık saçaklarda ayırmak için optik ağda kaç çizgi kullanmak lazım

$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm = \frac{\lambda}{\Delta\lambda \cdot m} = \frac{589 \times 10^{-9}}{0,59 \times 10^{-9} \times 3} \cong 340$ çizgi

Örn: 6 yarıklı bir ceraceveden bir desen elde ediyoruz. Burada $b << \lambda$ ve $d > \lambda$'dır.



Burada ($b << \lambda$ ve $d > \lambda$ şartları ucrildiğinde bu şekilde çizilmelidir)

$\sin\theta = \frac{\Delta}{d}$ $\Delta = m\lambda$'dır (Aydınlık)

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{m\lambda}{d}$ ayrıca $\phi = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d\sin\theta$

Şimdi R'ye karşı sin θ'yı çizelim:

$R = y_0 \dfrac{\sin N\frac{\phi}{2}}{\sin\frac{\phi}{2}}$ bulmuştuk. ϕ'yi yerine koyalım.

$$R = y_0 \frac{\sin N\frac{\pi}{\lambda} d\sin\theta}{\sin\underbrace{\frac{\pi}{\lambda} d\sin\theta}_{\beta \text{ olsun}}} = y_0 \frac{\sin N\beta}{\sin\beta}$$

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta} \qquad R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = N\cdot m$$

(N ↓ Aydınlattığımız çizgi sayısı)

END OF THE FIRST SEMESTER

Lecturer: Doç. Dr. Rıza Tungur
Written by between October '81 - January '82*
*(January) except writing by

A.P. French

7 Mayıs

MODERN PHYSICS LECTURE NOTES

by RICHARD DELANO ROOSEVELT

Lecturer: Doç. Dr. Rıza Sungur, HU

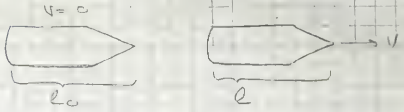
* Işık hızı tüm eylemsiz sistemler için aynıdır.
* Fizik kanunları bütün eylemsiz sistemlerde aynı biçimde ifade olurlar.

Bütün evren için geçerli olan bir eylemsiz sistem bulmak mümkün değildir. (Eylemsiz sistem ivmesiz sistem demektir)

Özel Görelilik Kuramı:

Bu kuram eylemsiz sistemler için geçerlidir. Bir uçağın boyu hareket halinde değişir mi. Uçak ve dışındaki iki insanın saatleri senkronize olsun, 12'de uçak hareket etsin, 12:30 yerdekine göre olunca içerdekininki ne olur

Durgun halde ölçülen uzunluk özel uzunluktur. (l_0)



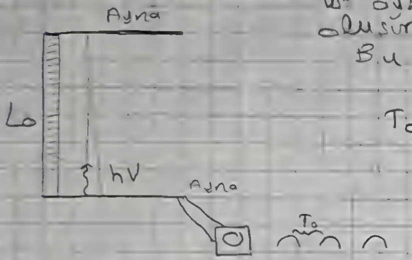
$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

[illegible]

Işık bütün sistemler için aynı hızda yayılır.

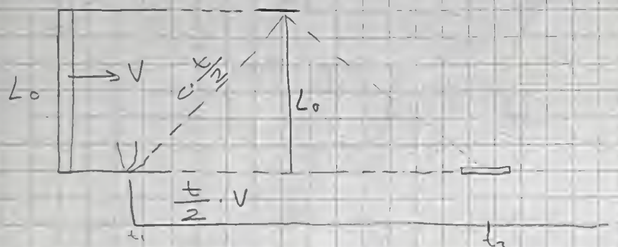
Zaman Genleşmesi!

Bir saat yapıyoruz. Çubuğumuzun iki ucuna birer ayna yerleştiriyoruz. Yalnız alttaki aynanın yüzeyi ışığa duygun bir foto yüzey. Bir ışık gönderirsek bu üst aynadan alta yansır ve bir tik oluşur. İki tik arası T_0 olur. Bu T_0 neye eşittir?



$$T_0 = 2\frac{L_0}{c}$$

Bu düzeneğin özdeşini sağa hareketlendirelim



$$c^2\frac{t^2}{4} = L_0^2 + V^2\frac{t^2}{4}$$

$$\frac{t^2}{4}(c^2 - V^2) = L_0^2 \qquad t^2 = \frac{4L_0^2/c^2}{\frac{c^2-V^2}{c^2}}$$

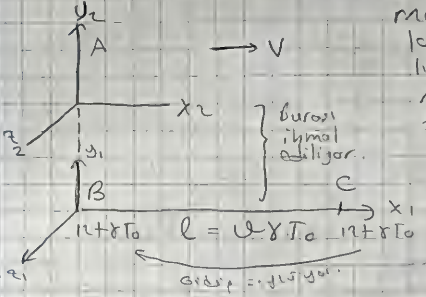
pay ve paydayı c^2'ye böldük

$$t = \frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Bu t'yi dışarıdaki gözlemci almıştır. Bu başlangıcı ilk tike alıp t_1 ve sonra t_2'yi belirledi. Onu farklı konumlarda belirledi.

3.' bir gözlem olarak gözlemci konum değiştirmeyip gözlem yapsa ölçtüğü zaman t 'den de büyük olur.

Şimdi 3 gözlemci alalım. B'ünarda saatleri özdeş olsun. A'yı 2 sistemine, B ve C'yi 1.'ye yerleştirelim. Bunlar bir mikrobun ömrünü ölçecekler. Doğum ve ölüm anında bir ışık atması sağlıyor. Yapılan hesaplamalar bunun ömrünü t_0 belirliyor. Mikrop 2.'de. C'yide mikrop ömrü $V\gamma T_0$ 'a yerleştirelim.

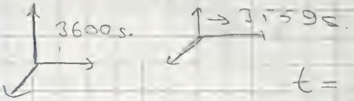


Saat 12'de mikrop doğsun. Tam B'nin üzerinde. A C üzerindeyken ona göre zaman $12+T_0$ 'dır. C'ye göre $12+\gamma T_0$'ı gösterecektir.

Eğer bu anda C ölümü radyo sinyali ile B'ye iletseydi B bunu $12+\gamma T_0+\frac{\ell}{c}$ alacaktı.

Yani $12{:}00+\gamma T_0+\frac{V\gamma T_0}{c}$

Örn: Yerdeki bir gözlemciye göre saati her saat başına bir 3599 s geri kalan bir uzay aracının hızı nedir?

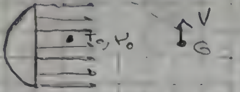


$$t=\gamma t_0$$

$$3600=\frac{3599}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow V=7{,}1\cdot 10^6\ m/s$$

ikisi yaklaşma; ±

Işıkta Doppler Olayı:



Biz enine hareket etsek kaynağı dersi yönde hareket eder göre açıktır. Bu kaynakta etiketlenen 10. tik ile 11. tik arası zaman kaynak sisteminde T_0'dır.

Gözlemci hangi zaman aralığını ölçer?

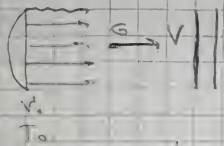
$$\nu_0 \qquad T_0 = \frac{1}{\nu_0}$$

Ölçeceği zaman $T = \gamma T_0$'dır.

$$\nu' = \frac{1}{T} = \frac{1}{\gamma T_0} = \nu_0 \underbrace{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}_{1 >}$$

Bu enine dopler olayıdır.

Şimdi boyuna doppler olayını inceleyelim.



n. tik ile n+1. tik arası kaynak sisteminde aynı iken. Gözlemci sisteminde gözlemci algılama yaparsa $t_2 - t_1 = \gamma T_0$'dır.

Eğer dalga cephelerini gözlemlerse aradaki yol farkı vt, zaman ise $\frac{vt}{c}$ olur.

$$t' = \underbrace{\gamma T_0}_{\text{algılama yapmasıyla}} + \underbrace{\frac{v \gamma T_0}{c}}_{\text{algılama var}} = \gamma T_0 \left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$$

$$\nu' = \frac{1}{t'} = \frac{1}{\gamma T_0 \left(1 \pm \frac{v}{c}\right)} = \frac{\nu_0 \sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}}{1 + \frac{v}{c}}$$

$$\nu' = \frac{\nu_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{v}{c}\right)^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{v}{c}} = \nu' = \nu_0 \frac{\left(1 - \frac{v}{c}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1 + \frac{v}{c}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

hareket farkında olduğu ± olurdu.

kaynağın durup gözlemcinin hareketiyle farkı ... ve zamanı ... öder.

Boyu l_0 olan bir çubuğa v hızı verilirse yerdeki bir gözlemci bunu ne olarak ölçer?

$T_{\mu_0} = 2\times10^{-6}$ s
$c = 0{,}998\, c$

$$l = T_{\mu_0} \times v_{\mu} = 600\,m.$$

Atmosferin üst tabakasında oluşan bir mümezon nasıl oluyorda deniz seviyesinde ölçülüyor?
Verilen ömür süresi t_0'dır ve mümezonun koordinat sisteminde ölçülmüştür.

$$\gamma = \frac{1}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} = 15{,}8$$

$$T = \gamma\, T_{\mu_0} = 31{,}6\cdot10^{-6}\ s.$$

$$l = v_{\mu}\cdot T = 0{,}998\times3\times10^8\times31{,}6\times10^{-6}$$

$$l = 9500\ m,$$

Mümezonun kütlesi 207 elektron kütlesidir.

$$\mu^{\pm} \longrightarrow \nu + \bar{\nu} + e^{\pm}$$
nötrino antinötrino

Bir gözlemciyi mümezon üzerine yerleştirelim olayı nasıl görecektir ve dünyayı nasıl görecektir. Kendisine 0,998 c ile yaklaşan bir küre ölçecektir. Uzaklığı l ölçecektir

$v_{g,\mu} = 0$

l

$$l = l_0\, x$$
$$= 9500\,m\, x$$

$$l = 2\cdot10^{-6}\,s\cdot0{,}998\cdot3\cdot10^8\,m/s = 600\,m.$$ ölçecektir.

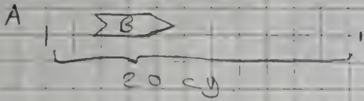
Mümezonun kendi ... 2µs

$600 = 9500\, x$ $\quad x = \frac{600}{9500} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ $\quad l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

Twin Paradox!

Aynı gün aynı saatte dünyaya gelmiş iki ikiz alınıyor. Bunlar 20 yaşına geldiğinde biri rokete konuyor ve hızı 0,8 c, diğeri ise dünyada gözlemci kalıyor.

Roket 20 cy uzağa gönderilip geliyor. Bu durumda Gözlemci ve Roketle giden (A ve B) kaç yaşında olur.



$f_B = \frac{1}{T_0}$ $\qquad f_B = \frac{1}{\gamma T_0}$ $\qquad f_A = \frac{1}{T_0}$

B'nin kalp atışı frekansı A'ya göre

$t = \frac{20\,cy}{0,8c} = 25$ yıl

$T_{yer} = 2t = 50$ yıl

$T_{rok} = \frac{50}{\gamma} = \frac{50}{\frac{10}{6}} = 30$ yıl

Sonuçta A'nın yaşı 70 yaş
B'nin yaşı 50 yaş

Eğer ikizler birer yılda bir ışık atımı gönderirlerse;

$\nu' = 1$ sinyal/yıl
$v = 0,8c$

	Dünyadaki (A)	Rokettteki (B)
* Toplam seyahat zamanı	50 yıl	30 yıl
* Gönderilen toplam sinyal	1/yıl · 50 = 50 sinyal	30 sinyal
* [illegible]	$\frac{l_0}{v} + \frac{l_0}{c} = 45$ yıl	15
* [illegible]	$45 \cdot \frac{1}{3} = 15$	[illegible]
* [illegible]	5 yıl	5 yıl
* [illegible]	15 sinyal	

Şimdi uzaklaşma süresindeki frekansı bulalım

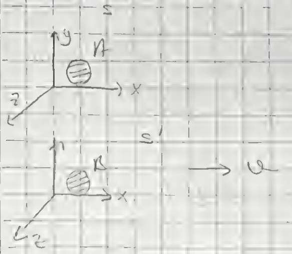
$$f' = f_0 \left(\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$f' = 1 \left(\frac{1 - 0,8}{1 + \frac{v}{c}} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

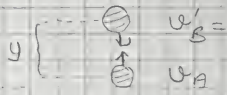
Yaklaşma süresindeki ise $f'' = 1 \left(\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \right)^{\frac{1}{2}} = 3$

SORU: Yerdeki gözlemcinin saati 25 yılı gösterdiğinde şöyle bir mesaj gönderiyor (Bu 25. mesajımdır. Benim hesaplarıma göre yıldızı görmen lazım) Bu mesaj roketteki saati kaçı gösterirken pilota ulaşır.

Kütlenin Göreliliği! (Kütlenin hızla değişimi)



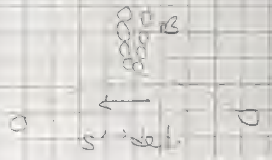
İki özdeş top S ve S' koordinatlarına konuluyor.
Belirli bir anda B ve A topuna ters yönlerde hız veriliyor.



$$v'_B = v_A$$

$$v'_B = \frac{y}{T_0} \qquad v_A = \frac{y}{T_0}$$

v' ile S' sisteminde v ile A sisteminde ölçülen hızlar [illegible]



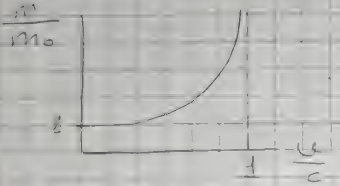
$m_H v_H = m_K v_K$ (S sistemindeki gözlemcinin ölçtüğü momentumla)

$v_K = \frac{y}{\gamma T_0} = \frac{y}{T_0}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

$m \frac{y}{T_0} = m_0 \frac{y}{T_0}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

$v >> v_G', v_K$ [illegible] $\quad m_0 = m\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0$ olur $\quad m = \gamma m_0$



$v = 0,1c \quad m \rightarrow \%\,0,5$

$v = 0,9c \quad \frac{m}{m_0} = 2,5$

Soru: 0,99c hız ile hareket eden elektronun kütlesi nedir?

$m_0 = 9,1\cdot10^{-31}$ kg

$m = \frac{9,1\cdot10^{-31}}{\sqrt{1-\frac{0,99c^2}{c^2}}} = \frac{9,1\cdot10^{-31}}{\sqrt{0,01}} = 64\cdot10^{-31}$ kg

[illegible] yeniden yazalım

$\vec{p} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\vec{v}$ olacaktır

$F = \frac{d(mv)}{dt} \neq m\frac{dv}{dt} = \frac{dP}{dt}$ yazılabilir

$$E_k = \int_0^s \frac{d(mv)}{dt}\, ds = \int_0^v d(mv)\, v = \int_0^v d\left(\frac{m_0 v}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\right) v$$

Burada $v = x$

$\frac{m_0 v}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} = y$ alacaktır

$$\int x\,dy = xy - \int y\,dx = \frac{mv^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} - \int_0^v \frac{m_0 v}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\, dv$$

$$m\, v\, dv$$

$$= v^2 - u^2$$
$$-2\, 2\, du = 2v\, dv$$

$$-m_0 c \frac{u\, du}{u}$$

$$\left(-m_0 c \sqrt{c^2 - v^2}\right)_0^v$$

$$m_0 c \sqrt{c^2 - v^2} - m_0 c^2)$$

$$m_0 c^2 \sqrt{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} - m_0 c^2$$

$$E_k = \frac{m_0 v^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} + m_0 c^2 \left(\sqrt{} - 1\right)$$

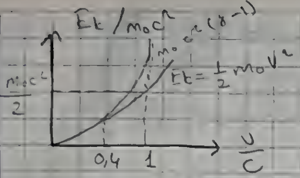
$$= \frac{m_0 v^2 + m_0 c^2 - m_0 v^2 - m_0 c^2 \sqrt{}}{\sqrt{}}$$

$$E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = mc^2 - m_0 c^2$$

$$E_k = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$

$$E_k = (\gamma - 1) m_0 c^2$$

$$E_k = \Delta m c^2 = (m - m_0) c^2$$



$\vartheta = 10^7$ m/s iken $E_k = \frac{1}{2}m_0v^2$ %0,0? sapma olur.

$\vartheta = 3 \cdot 10^7$ m/s iken % 0,8

$\vartheta = 1,5 \cdot 10^8$ m/s iken % 19

$\vartheta = 0,999c$ % 4300

Soru: Durgun bir cisim patlıyarak iki parçaya ayrılıyor. Parçalardan her birinin durgun kütlesi 1 kg ve hızları 0,6c. Başlangıçta durgun olan cismin kütlesi nedir?

$0,6c \qquad 0,6c$

$\longleftarrow O \qquad O \longrightarrow$

$m_0 = 1\,kg \qquad m_2 = 1\,kg$

$$E_1 = \gamma m_{01} c^2 = m_1 c^2$$
$$E_2 = \gamma m_{02} c^2 = m_2 c^2$$
$$E_T = M_0 c^2 = 2E_1$$
$$M_0 c^2 = 2\gamma m_0 c^2$$
$$M_0 = 2 \cdot \gamma m_0$$
$$M_0 = 2 \frac{1}{\sqrt{1-\frac{0,36c^2}{c^2}}} 1 = 2,5\,kg$$

Burada 0,5 kg E_k'ye dönüşmüştür.

$$\vec{P} = \frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\vec{\vartheta} \qquad E = \frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}c^2$$

$m_0 = 0 \qquad \vartheta < c$ ise $P = 0$, $E = 0$

$m_0 = 0 \qquad \vartheta = c \qquad 0 \leftarrow \frac{P}{\vartheta} \rightarrow \infty$

$$E^2 - p^2c^2 = \frac{m_0^2c^4 - m_0^2\vartheta^2c^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} = \frac{m_0^2c^4\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}$$

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4$$ (Tüm parçacıklar için geçerlidir)

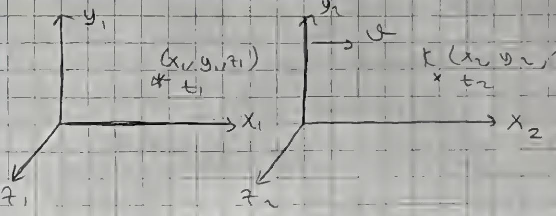
$$E_T = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}$$

Işınım ile etkileşmeye parçacıkları $m_0 = 0$ olunca bu durumda $E = pc$ ⇒

$E = h\nu$ olur. [illegible]

Bir fotonun momentumu $p = \frac{h\nu}{c}$ olur

LORENTZ DÖNÜŞÜMLERİ:



Burada bir $K\ (x_2, y_2, z_2)$ noktasında t_2 anından olmuş bir olayı 1 sistemindeki gözlemci (x_1, y_1, z_1) noktasında t_1 anında gözlemektedir. Bu iki olayı nasıl birbirine bağlayabilir. Hangi koordinatlar, hangi an.

Bildiğimiz fizik formülleri iki sistemde de aynı ışık hızı da aynı.

v hızı çok küçük ise

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= vt + x_2 \\ y_1 &= y_2 \\ z_1 &= z_2 \end{aligned}\right\} \text{ Galile dönüşümü}$$

Lorentz dönüşümü düşük hızlarda bize bunu vermeli.

$$x_1 = k(x_2 + vt_2) \qquad k = f(v)$$

$$x_2 = k(x_1 - vt_1)$$

(Parantezin içi hangi sisteme aitse hepsinin indisleri aynı olacak)

$$x_1 = k\,[k(x_1 - vt_1) + vt_2]$$

$$x_1 = k^2(x_1 - vt_1) + kvt_2$$

$$x_1(1 - k^2) = -k^2 v t_1 + kvt_2 \qquad t_2 = \frac{k^2 v t_1}{kv} + \frac{x_1(1-k^2)}{kv}$$

$$t_2 = kt_1 + \frac{(1-k^2)}{kv}x_1$$

... bir ... bilgiyi kullanacağız. $x_2 = ct_2$

$t = 0$ da iki sistem çakıştı. bu anda orjinde bir ışık atması olursa t_1 anında nereye ulaşmıştır.
1. sistemde ct_1, 2. sistemde ct_2 yarıçaplı kürenin her ikisi ulaşmıştır.

$$x_2 = k(x_1 - vt_1) = ct_2$$

$$k(x_1 - vt_1) = c\left[kt_1 + \frac{(1-k^2)}{kv} x_1\right]$$

$$kx_1 - \frac{(1-k^2)}{kv} c x_1 = kvt_1 + ckt_1$$

$$x_1 = \frac{ckt_1 (1 + \frac{v}{c})}{k - \frac{(1-k^2)}{kv}}$$

iki tarafı k parantezine aldık

$$\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{1-k^2}{k^2 v} c} = 1 \Rightarrow 1 + \frac{v}{c} = 1 - \frac{1-k^2}{k^2 v} c$$

$$\frac{v}{c} = -\frac{c}{k^2 v} + \frac{c}{v}$$

$$\frac{1}{vk^2} = \frac{1}{v} - \frac{v}{c^2}$$

$$\frac{1}{k^2} = 1 - \frac{v^2}{c^2}$$

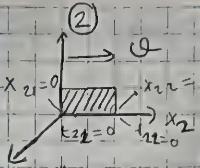
$$k = \gamma = \frac{1}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}}$$

$$x_1 = \gamma(x_2 + vt_2)$$

$$x_2 = \gamma(x_1 - vt_1)$$

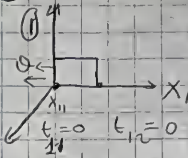
$$t_2 = \gamma\left(t_1 - \frac{v x_1}{c^2}\right)$$

$y_1 = y_2$ $\quad$ $z_1 = z_2$



Boylarıyla şartı $t_{11}=0 \quad t_{21}=0$

$x_{11}=0 \quad x_{21}=0$



$$x_{11}=\gamma(x_{21}+\vartheta t_{21})$$

$$x_{11}=0$$

$$x_{12}=\gamma(x_{22}+\vartheta t_{22})=\gamma\left(L_0+\vartheta\left(-\frac{\vartheta x_{22}}{c^2}\right)\right)$$

**

O_1 iki ucunda aynı anda ölçer.

$$t_{12}=\gamma\left(t_{22}+\frac{\vartheta x_{22}}{c^2}\right)=0$$

$$t_{22}=-\frac{\vartheta x_{22}}{c^2}$$

O_1'in ölçtüğü zamanları 0 olarak almak için buna karşılık gelen t_{22} zamanı.

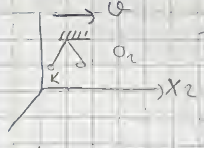
$$x_{12}=\gamma\left(L_0-\frac{\vartheta^2}{c^2}\right)$$

$$L=x_{12}-x_{11}=L_0\left(1-\frac{\vartheta^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

zaman Genleşmesi!

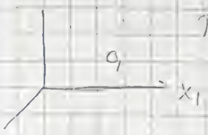
$T^0=t_{22}-t_{21}$

$T_0 \quad t_2$



$$t_{11}=\gamma\left(t_{21}+\frac{\vartheta x_{21}}{c^2}\right)$$

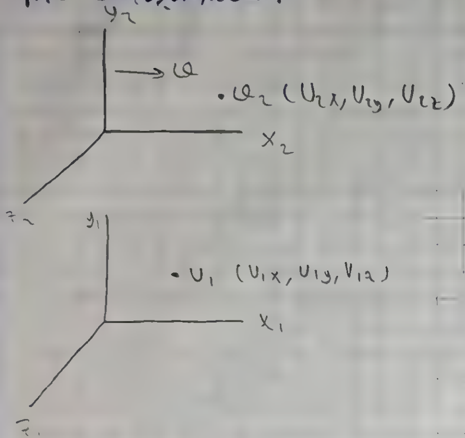
$T=\gamma T_0 \quad t_1$



$$t_{12}=\gamma\left(t_{22}+\frac{\vartheta x_{21}}{c^2}\right)$$

$$T=t_{12}-t_{11}=\gamma(t_{22}-t_{21})=\gamma T_0$$

Hız Dönüşümleri:



$$U_{2x} = \frac{dx_2}{dt_2}$$

$$U_{2y} = \frac{dy_2}{dt_2}$$

$$\vartheta_{2z} = \frac{dz_2}{dt_2}$$

$$x_2 = \gamma (x_1 - v t_1)$$

$$t_2 = \gamma \left(t_1 - \frac{v x_1}{c^2}\right)$$

$$dx_2 = \gamma (dx_1 - v\, dt_1)$$

$$dt_2 = \gamma \left(dt_1 - \frac{v}{c^2} dx_1\right)$$

ornlarından ne elde ederiz.

$$\vartheta_{2x} = \frac{dx_2}{dt_2} = \frac{\frac{dx_1}{dt_1} - v}{\left(1 - \frac{v}{c^2}\frac{dx_1}{dt}\right)} = \frac{\vartheta_{1x} - v}{1 - \frac{v^2}{c^2}\vartheta_{1x}}$$

$$\vartheta_{2y} = \frac{dy_2}{dt_2} = \frac{dy_1 / dt_1}{\gamma\left(1 - \frac{v}{c^2}\frac{dx_1}{dt_1}\right)} = \frac{\vartheta_{1y}}{\gamma\left(1 - \frac{v}{c^2}\vartheta_{1x}\right)}$$

$$\vartheta_{2z} = \frac{\vartheta_{1z}}{\gamma\left(1 - \frac{v}{c^2}\vartheta_{1x}\right)}$$

Görüldüğü gibi daima V_{1x} hızlanması var

Soru: Öğlen saat 12'de dünyadaki bir referans nok- tasının önünden batıdan doğuya doğru 0,8 c hızından bir UFO geçiyor.

1 sistemi dünya, 2 ise uzay aracı olsun. 1 ve 2'deki saatler geçiş anında aynı zamanı gösteriyor.

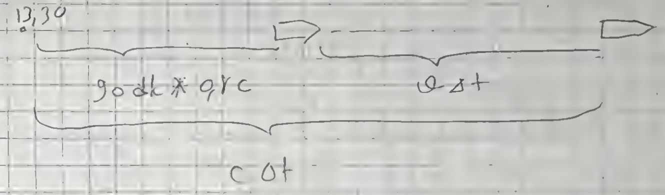
a) 2'dekinin saati 12:30 iken birdekinin kaçtır.

$$\gamma = \frac{1}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)} = 1,6667 \qquad t = \gamma t_0 = 1,6667 \cdot 30 \text{ dk} = 50 \text{ dk}$$

b) 2 deki pilot 12:30'da bir mesaj gönderiyor. Bu sinyal yerdekine ne zaman ulaşır

$\frac{50 \times 0,8c = 40}{c}$ $\quad 12:50 + 0:40 = 13:30$

c) Dünyadaki gözlemci gelen mesajı alır almaz mesaj gönderirse uzay aracındaki ne kadar zamanda alır



$90 \times 0,8 + v\Delta t = c\,\Delta t$

$90 \times 0,8 = 0,2c\,\Delta t$

$\Delta t = 360 \text{ dk} = 6$ saat (yerdekine göre)

$13:30 + 6:00 = 19:30$ (yere göre ulaşım saati)

bu sırada roketteki saatin kaç olduğu gösterir

360
90

$270 \text{ dk} : \gamma = 270 \text{ dk} = 4,5$ saat $\quad 12:00 + 4:30 = 16:30$

Örnek! Relativistik kütlesi 2.03×10^{-27} kg olan bir protonun kinetik enerjisini ve hızını hesaplayınız.

$m_{0p} = 1,67 \times 10^{-27}$ kg (durgun kütle)

$$m = \gamma m_0 = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow 2.03 \times 10^{-27} = \gamma\, 1,67 \times 10^{-27}$$

$$\gamma = 1,21$$

$$E_k = m_0 c^2 (\gamma - 1) = 1,67 \times 10^{-27} \cdot 9 \times 10^{16} (0,21)\ J \ \frac{10^{13}}{1,6}$$

(çevirme çarpanı)

$$= 197\ MeV$$

$$\gamma = 1,21 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow v = 1,72 \times 10^8\ m/s$$

Örnek: Bir elektron $v_1 = 1,2 \times 10^8$ m/s hızdan $v_2 = 2,4 \times 10^8$ m/s ye hızı artırılıyor. ΔE_k değerini artırmak için ne kadar iş yapılmalıdır?

$$W = \Delta K \Rightarrow W = E_{k_2} - E_{k_1} = m_0 c^2 (\gamma_2 - 1) - m_0 c^2 (\gamma_1 - 1)$$

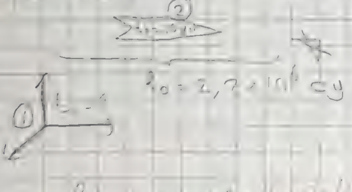
$$W = m_0 c^2 (\gamma_2 - \gamma_1)$$

$$W = m_0 c^2 (1,67 - 1,09)$$

$$W = 0,51\ MeV (1,67 - 1,09)$$

$$W = 0,30\ MeV$$

* **Örnek!** Dünyadan bir tozmerdt Andromeda galaksisine uzay gemisi [illegible] 10 yıllık zaman [illegible] Seyahat hızını sabit kabul ederek hız değerini bulunuz. İkinci olarak gemi [illegible] [illegible] yer çerçevesi sistemine göre ne kadar [illegible] geçmiştir.



$l_0 = 2,7 \times 10^6$ cy

$v = ?$

$t_1 = ?$

l_0 [illegible] göre [illegible]

$$l = \frac{l_0}{\gamma} \Rightarrow \frac{l_0}{v\,\gamma} = t$$

$$\frac{l_0}{\gamma v} = 10\ yıl \qquad v = \frac{2,7 \times 10^6\ [illegible]}{[illegible]}$$

$v \cong c$ olur

$t_1 = \gamma\, t_2$ olur $\Rightarrow$ $t_1 = 2{,}2 \cdot 10^5\, t_2$

Madem ki ara 10 yılda ulaşıyor ve hızda c kadar $\ell = 10$ cy olur. Ona göre

Bu durumda, $\gamma = \dfrac{\ell_0}{\ell}$ olur. $\gamma = \dfrac{2{,}2 \times 10^6}{10}$

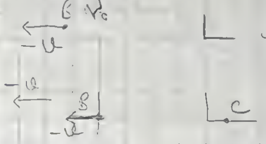
$\gamma = 2{,}2 \times 10^5$ olur.

$t_1 = 2{,}2 \times 10^6$ yıl.

Örnek: A, B ve C üç eşdeğer radyo vericisinin kendi durgun sisteminde frekansı ν_0'dır. Onlar şekildeki gibi hareket ediyorlar.

a) C tarafından algılanan B'nin frekansı nedir?

b) C tarafından algılanan A'nın sinyallerinin frekansı nedir?



} C'ye göre durum bu

$$\nu_{CB} = \nu_0 \left(\frac{1 - v/c}{1 + v/c} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$\nu_{CA} =$

v_{1x} (A'nın C'ye göre hızı olmak üzere);

$$v_{1x} = \frac{v_{2x} + v}{1 + \frac{v_{2x} v}{c^2}}$$

$$v_{1x} = v_{AC} = \frac{-v + (-v)}{1 + \frac{v^2}{c^2}} = -\frac{2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}}$$

(← yönde gidiyor. Bu nedenle ν_{CA}'da yalnız büyüklük lazım)

$$\nu_{CA} = \nu_0 \left(\frac{1 - \frac{v_{AC}}{c}}{1 + \frac{v_{AC}}{c}} \right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow$$

$$\nu_{CA} = \frac{\left(1 - \frac{-2v}{c(1 + \frac{v^2}{c^2})}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1 - \frac{2v}{c(1 + v^2/c^2)}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$v_{cA} = \left(\frac{\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)c - 2v}{\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)c + 2v} \right)^{\frac{1}{2}} = v_0 \left(\frac{1+\frac{v^2}{c^2} - \frac{2v}{c}}{1+\frac{v^2}{c^2} + \frac{2v}{c}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

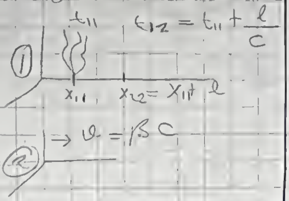
$$v_{cA} = v_0 \left(\frac{1-\frac{v}{c}}{1+\frac{v}{c}} \right)$$

Önce v_{cA}'yı bulup buradan v_{cB}'ye geçeriz.

Örnek: Bir ışık sinyali x ekseni üzerinde x_1 konumunda yayınlanıyor ve $x_2 = x_1 + l$ konumunda soğruluyor. x ekseni boyunca $v = \beta c$ hızıyla hareket eden bir referans sisteminde;

a) yayınlanma ve soğrulma noktaları arasındaki l uzaklığı nedir?

b) Işığın yayınlanma ve soğrulması arasında ne kadar zaman geçer.



$l_2 - ?$ $\quad \Delta t_2 = t_{22} - t_{21}$

İki referans sisteminin yer-zaman dönüşümü?

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= \gamma (x_1 - v t_1) \\ t_2 &= \gamma \left(t_1 - v \frac{x_1}{c^2}\right) \end{aligned}\right\} \text{Genel formül}$$

$x_{21} = \gamma (x_{11} - v t_{11}) \qquad t_{21} = \gamma \left(t_{11} - v \frac{x_{11}}{c^2} \right)$

$x_{22} = \gamma (x_{12} - v t_{12}) \qquad t_{22} = \gamma \left(t_{12} - v \frac{x_{12}}{c^2} \right)$

$l_2 = x_{22} - x_{21} = \gamma (x_{12} - x_{11}) - \gamma v (t_{12} - t_{11})$

$\qquad = \gamma l - v \frac{l}{c} \gamma = \gamma l \left(1 - \frac{v}{c}\right)$

$\qquad = l \frac{\left(1 - \frac{v}{c}\right)}{\left(1 - \frac{v}{c}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{v}{c}\right)^{1/2}}$

$\Rightarrow l_2 = l \frac{\left(1 - \frac{v}{c}\right)^{1/2}}{\left(1 + \frac{v}{c}\right)^{1/2}}$

$\frac{l_2}{\Delta t_2}$ bize ışık hızını vermesi lazım.

$$\Delta t_2 = t_{22} - t_{11} = \gamma \left(\frac{l}{c} - \frac{v l}{c^2} \right) = \frac{\gamma l}{c} \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

Örn: Laboratuvarda hareketli bir K mezonu 2 π mezonuna ayrılıyor. Bunlardan biri hareketsiz kalmaktadır. K'nın başlangıçtaki enerjisi E_{kK} ve $E_{k\pi}$ nedir.

$m_{0K} = 494$ MeV $m_{0\pi} = 137$ MeV.

Bu tip sorularda enerji korunumu ve momentumun korunumu kullanılır.

$$K \longrightarrow \pi + \pi_0$$

$$P_K = P_\pi \quad \text{ve} \quad E_K = E_\pi + E_{\pi_0}$$

Momentum kinetik enerjiye bağlanabiliyor.

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 = m^2 c^4 = (m_0 c^2 + E_K)^2$$

$$p^2 c^2 + m_0^2 c^4 = m_0^2 c^4 + 2 m_0 c^2 E_K + E_K^2$$

$$p^2 c^2 = 2 m_0 c^2 E_K + E_K^2$$

Bunu K ve π mezonları için yazalım.

$$2 m_{0K} c^2 E_{kK} + E_{kK}^2 = 2 m_{0\pi} c^2 E_{k\pi} + E_{k\pi}^2$$

$$E = m_0 c^2 + E_k$$

$$m_{0K} c^2 + E_{kK} = m_{0\pi} c^2 + E_{k\pi} + m_{0\pi} c^2 = 2 m_{0\pi} c^2 + E_{k\pi}$$

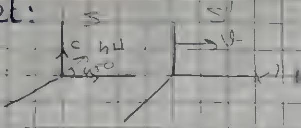
Değerleri yerlerine koyduğumuzda;

$$E_{kK}^2 + 988 E_{kK} = E_{k\pi}^2 + 274 E_{k\pi} \quad (I)$$

[illegible] (II) [illegible] ve E_{kK}'nın değerleri [illegible] MeV olur.

$E_{k\pi}$ = [illegible] MeV ve E_{kK} = 337 MeV

Örnek:



S ve S' eylemsiz sistemlerini alışılmış anlamda düşünün. $t = 0$ anında bir foton S'nin başlangıç noktasını x ekseni ile 45° açıyla terk ediyor. S' sisteminde x' ekseni ile foton ne açı yapacaktır? Sorunun ikinci kısmında [illegible] göre [illegible] hızı v olan bir parçacık [illegible] S'de durgun olan bir [illegible] x ekseni ile 45° lik açı yapıyor acaba S' ünde x' ile yaptığı açı nedir.

$$\left.\begin{aligned} v_x &= \frac{c}{\sqrt{2}} \\ v_y &= \frac{c}{\sqrt{2}} \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_{x'} = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v_x v}{c^2}} \qquad v_{y'} = \frac{v_y}{\gamma\left(1 - \frac{v_x v}{c^2}\right)}$$

$$v_{x'} = \frac{\frac{c}{\sqrt{2}} - v}{1 - \frac{\frac{c}{\sqrt{2}} \cdot v}{c^2}} \qquad v_{y'} = \frac{\frac{c}{\sqrt{2}}}{\gamma\left(1 - \frac{\frac{c}{\sqrt{2}} v}{c^2}\right)}$$

[illegible] $\tan\theta' = \dfrac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1 - \frac{\sqrt{2}\, v}{c}\right)}$

Parçacık için de aynı [illegible] $\tan\theta_2' = \dfrac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(1 - \frac{\sqrt{2}\, v}{c}\right)}$

Çubuk için

$\frac{l_0}{\sqrt{2}}$ (S'de)

$\frac{l_0}{\sqrt{2}}$ → S'ünde değişmez

S'ünde $\tan\theta_3' = \dfrac{l_0}{\sqrt{2}} \cdot \dfrac{\gamma\sqrt{2}}{l_0} = \gamma$

$$\tan\theta_3' = \frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

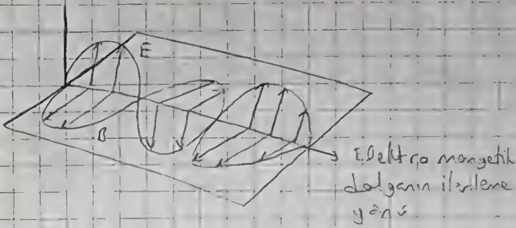
Soru:

[illegible]

[illegible]

S değeri ölçümlerine göre;
a) Parçacığın saçılması boyunca kaç tesir ?
b) Parçacığın saçılması süresi nedir?

DALGANIN PARÇACIK ÖZELLİĞİ:



$$c = \frac{1}{(\mu_0 \varepsilon_0)^{\frac{1}{2}}}$$

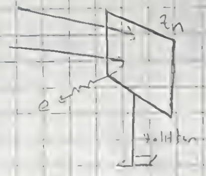
$$E = cB$$

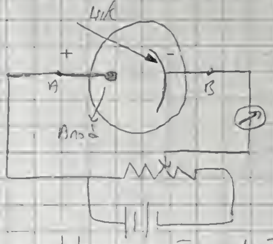
$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

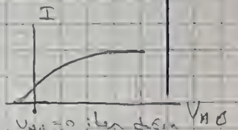
Elektromagnetik dalga yönü S yönündedir. şiddeti ve E veya B'nin karesi ile orantılıdır.

$\vec{S}$: Pointing vector

Fotoelektrik olay: Metal yüzeylere düşen ışığın e^- sökmesi olayıdır.







$V_{AB} = 0$ iken bile akım oradan gelen e^- ların oluşturduğu akım

Bu olayı dalga teorisi açıklamaz. $I = 10^{-6}\ W/m^2$ ışığın en düşük şiddeti alınabilir. Bu e^- fırlatan en küçük dalga yüzeyi.

Gelen ışığın 1 atom kalınlığında soğurulduğunu ve yüzeyin tüm alanının kabul edelim (Metallerde ... $n = 10^{28}$ elektron/m^3 'tür.)

Tek bir atoma başına birim zamanda ne kadar enerji düşer (1 atom kalınlığı 10^{-9} m'dir)

$$\frac{10^{-6}}{1 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{28}} = 10^{..}\ W/\text{atom sayısı}$$ (tek atoma birim zamanda düşen enerji)

$E = 1eV = P t$

$$t = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} J}{10^{-25}} = 1,6 \cdot 10^{6} s = 2 \text{ hafta}.$$

2 hafta sonra e^- gelmesi gerekiyor gözüküyor. Halbuki bu süre 10^{-9} sn. dir.

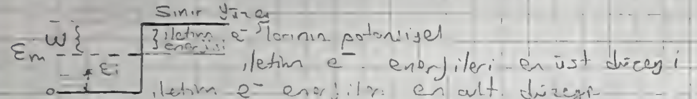
Başka bir kuram bunu açıklamalıdır. Çünkü elektromagnetik kuram bunu açıklayamıyor.

Einstein ışık taneciklerinin e^- söktüğünü söylüyor

$$h\nu = W + \underbrace{\frac{1}{2} m V_{max}^2}_{\text{çıkan } e^- \text{'ların max enerjisi}}$$

Bunu açarsak;

Metal yüzeyini bir enerji diyagramı ile gösterelim.

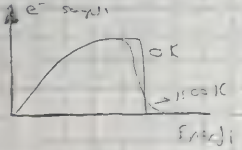


Em'den sökülen e^-'nun kinetik enerjisi en yüksek olur.

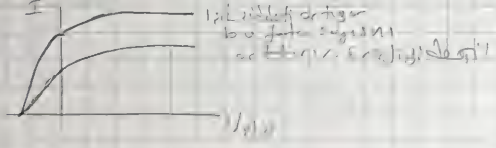
$$E_m = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}}$$

n: birim hacimdeki free e^-

m: e^- kütlesi



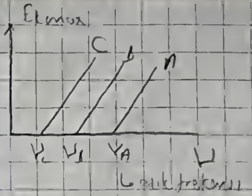
Görüldüğü gibi enerji arttıkça e^- sayısı artıyor. Sıcaklıkla ise küçük oranda beraber gidiyor ve çok sonralarda değişiyor.



A, B, C [illegible] olsun ve $W_A > W_B > W_C$ [illegible]

Ekmax = f (ν) grafiğini ne olur.

$h\nu = W$ 'dan büyük ν değerlerinde e⁻ sökemeyiz.

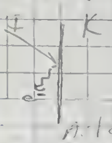


Doğruların eğimleri aynıdır. $E_k = h\nu - W$
Eğim h'ı verir.

Problem: $\lambda = 350$ nm ve şiddeti $I = 1\ W/m^2$ olan bir ult. ışınla bir K yüzeye düşürülüyor. Metalin iş fonksiyonu $W = 2,2$ eV'dur.

a) Foto elektronların $E_{kmax} = ?$

b) Gelen fotonların %0,5'i foto elektron üretiyorsa ve K'nın yüzey alanı $1\ cm^2$ ise yüzeyden fırlayan foto elektron sayısı?



$$E_k = \frac{6,62\cdot10^{-34}}{1,6\cdot10^{-19}}\cdot\left(\frac{3\times10^{8}}{350\cdot10^{-9}}\right) - 2,2\ eV$$

Çevirme faktörü

$$E_k = \frac{6,62\times3}{1,6\times3,5} - 2,2 = 1,35\ eV$$

b) Birim yüzeye N foton düşüyorsa.

$$I = \frac{\text{foton sayısı}}{m^2\ s} = N h\nu$$

$$I = \frac{P}{A} \Rightarrow P = AI \Rightarrow n_{e^-} = \frac{IA}{h\nu\ \}\text{enerji}}\cdot 0{,}005 \quad e\ \text{sayısı}/\text{saniye}$$

$$n_{e^-} = \frac{1\cdot10^{-4}\cdot 350\cdot10^{-9}}{6,62\cdot10^{-34}\cdot 3\cdot10^{8}}$$

$$n_{e^-} = 8,8\cdot10^{11}\ \text{tane}$$

X-ışınları!

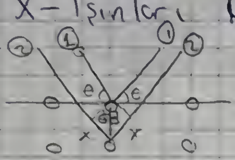
İlk kullanıldı. inceleyelim. önce elde edilir!

e⁻ların anotun atomlarıyla etkileşmeye girerek ya bu fotonu kazanır yada tamamını (E_k'sını) foton salgılamasına neden oluyor. Diğer e⁻lar ise atomlarla çarpışarak enerjisini ışıma olarak kaybediyor.

Çıkan X ışınları için $\lambda_{min} = ?$
... kapsülde ağır, $E_{k2} = 0$ olmalı.
$E_{k1} - E_{k2} = h\nu_{max}$

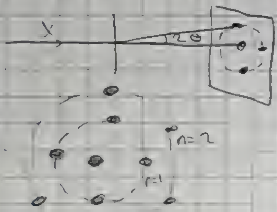
$$h\frac{c}{\lambda} = eV \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{hc}{eV}$$

X-Işınları Kırınım



n=1 de en şiddetli kırınım deseni elde edilir.

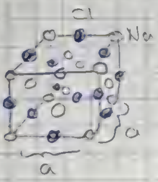
$$2x = 2d\sin\theta = n\lambda$$



Kırınıma uğramayan desenle uğrayan arasındaki açı 2θ dır.

1. mertebe daha şiddetlidir.

Şimdi NaCl'de bu olayı inceleyelim.



$\frac{1}{8} \times 8 = 1$ (köşelerden) Na için

$\frac{1}{2} \times 6 = 3$ (yüzeylerden) Na için

$\frac{1}{4} \times 12 = 3$ (ekler için)

Merkezde 1 Cl — 4 Cl ve 4 Na var

$Cl = 35,5 \quad Na = 23,0 \Rightarrow 58,5$ gr.

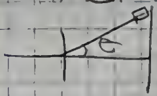
$$d = \frac{m}{V} = \frac{m}{a^3} = \frac{4 \times \frac{58,5}{N_0} \times 10^{-3}}{a^3} = 2,16 \times 10^{3}\ kg/m^3$$

(kg çevrimi)

Buradan $a^3 = 181 \cdot 10^{-30}\ m^3 \Rightarrow a = 5,66 \times 10^{-10}\ m$

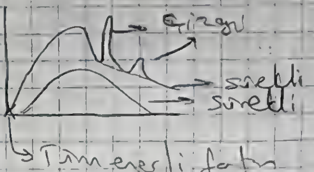
Bu iki Na arası uzaklıktır. Eğer Na–Cl uzaklığını alacaksak $d = 5,66 \times 10^{-10} / 2 = 2,8 \times 10^{-10}$ m

Şimdi dalga boyunu bulalım.



θ, n ve d'yi biliyoruz buradan λ'yı buluruz.

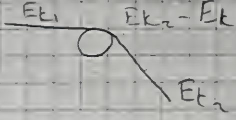
2 türlü X-ışını spektrumu vardır. Sürekli ve çizgi spektrumu.



→ Tüm enerji foton olarak salınırsa

$h\nu_{max} = eV$ olur

Gelen e^- sapar ve E_k'sı değişir.



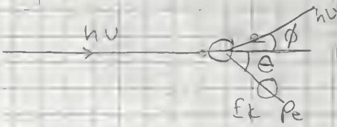
$E_{k_2} - E_{k_1} = h\nu$

Chompton Olayı

Işığın tanecik tabiyatını ortaya çıkaran olaylardan biridir.

hν enerjili fotonun kütlesi $h\nu = mc^2$
$\Rightarrow m = \frac{h\nu}{c^2}$

Momentumu ise $p = \frac{h\nu}{c}$



Bu çarpışmada enerji ve momentum korunacaktır.

$E_k = h\nu - h\nu'$

$\vec{P}_{h\nu} = \vec{P}_{h\nu'} + \vec{P}_e$ Şimdi bunu açalım

$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c}\cos\phi + P_e\cos\theta$ x bileşeni

$0 = \frac{h\nu'}{c}\sin\phi - P_e\sin\theta$ y bileşeni

Bu iki ifadenin karelerini alıp toplayalım ama önce c'lerden kurtulalım

$P_e c \cos\theta$ ve $P_e c \sin\theta$'yı yalnız bırakalım.

$$(h\nu - h\nu' \cos\phi)^2 = P_e^2 c^2 \cos^2\theta$$
$$(h\nu' \sin\phi)^2 = P_e^2 c^2 \sin^2\theta$$
$$(h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2(h\nu)(h\nu')\cos\phi = p_e^2 c^2$$

$$E = m_0 c^2 + E_k = mc^2$$
$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad \text{idi.}$$

Daha sonra şu vardı $p^2 c^2 = E_k^2 + 2 E_k m_0 c^2$

Buradan

ve $p_e^2 c^2 = (h\nu - h\nu')^2 + 2(h\nu - h\nu') m_0 c^2$

Böylece $-2(h\nu)(h\nu')\cos\phi = -2(h\nu)h\nu' + 2(h\nu - h\nu') m_0 c^2$

buluruz.

$$2(h\nu)(h\nu')[1 - \cos\phi] = 2(h\nu - h\nu') m_0 c^2$$

Her iki tarafı $2h^2/c^2$'ye bölelim.

$$\frac{\nu}{c} \cdot \frac{\nu'}{c} [1 - \cos\phi] = \left(\frac{\nu}{c} - \frac{\nu'}{c}\right) \frac{m_0 c}{h}$$

$$\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{1}{\lambda'} [1 - \cos\phi] = \left(\frac{\lambda' - \lambda}{\lambda \lambda'}\right) \frac{m_0 c}{h}$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\phi)$$

↳ [illegible] kütlesi

$\phi = 180$ olursa λ'_{max} olur. $\lambda'_{max} - \lambda = \frac{2h}{m_0 c}$

$\frac{h}{m_0 c}$: compton dalga boyu

Elektron için $\lambda_{comp} = \frac{h}{m_0 c} =$ [illegible]

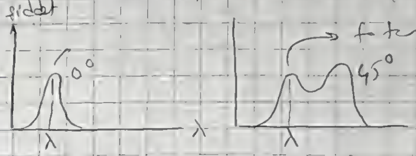
Bu durumda $\Delta\lambda_{max} = 0{,}048\ \mathring{A}$ dır
X ışınları bandında çalınmaları için iyi bir gözlem için

Örnek: Gelen fotonun dalga boyu $\lambda = 10\,pm$,
Saçılma açısı $\phi = 45°$
a) Saçılan fotonun dalga boyu nedir?
b) Saçılan max dalga boyu nedir?
c) Saçılan (yada x ışınının) e^- ler için de max E_k ne olur.

a) $\lambda' - \lambda = 0{,}024\,(1 - 0{,}7)$
$\lambda' - 10\,pm = 2{,}4 \cdot 0{,}3 \Rightarrow \lambda' = 10{,}8\,pm$

b) $\lambda'_{max} = 14{,}8\,pm$

c) $E_{kmax} = 6{,}62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8} \left(\frac{10^{12}}{10} - \frac{10^{12}}{14{,}8} \right)$
$= 6{,}5 \times 10^{-15}\, J = 40{,}8\, keV$.



Elektron çifti oluşumu ve Pozitronyum yokoluşu:

bir foton geliyor ve bir e^- ve pozitron oluşuyor.
Hangi enerjilerde böyle bir çift oluşturur

$h\nu$ → e^+, e^-

$h\nu = 2m_0c^2 + 2E_k$

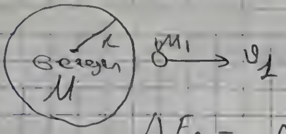
$h\nu_{min} = 2m_0c^2 = 1{,}02$ MeV'lik bir foton e^- ve e^+ oluşturur

e^+ ve e^- bir araya gelirse iki foton oluşur.
Çünkü momentumun korunumu ilkesi sağlanır

→ e^+ e^- ←

En düşük enerjileri 931 MeV olur.

Gravitasyonel Kırmızıya Kayma:
Kırmızıya kayma Doppler'de daha büyük.



$E_T = sbt$

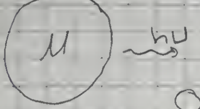
m_1 → v_f

$$\Delta E_p = -\Delta E_k$$

Bir fotonu saldığımızı düşünelim.

$$0 - G\frac{m_1 M}{R} = -(E_{k_f} - E_{k_i}) \quad \text{Parçacıkta}$$

Fotonda



Çekim alanından kurtulduktan

$h\nu'$

$$0 - \left(G\frac{\frac{h\nu}{c^2}M}{R}\right) = -(h\nu' - h\nu)$$

$$h\nu' = h\nu\left(1 - G\frac{M}{c^2 R}\right) \qquad \frac{G}{c^2} = 7.4\times10^{-28}\ m/kg$$

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 10^{-5}$ mertebesine ulaşır beyaz cücelerde.

Soru:

G) (D

$\nu = 5\times10^{15}$ Hz
$1,5\times10^{11}$ m.

$I = 1,4\times10^3\ W/m^2$

a) 1 m²'ye saniyede düşen foton sayısı?
b) (P.) güç ve yaydığı (foton sayısı/s)
c) n foton sayısı / m³ (Dünya yüzeyinde yakın bölgede)

$I = n\,h\nu$

↓ Foton sayısı

$n = \frac{I}{h\nu} = \frac{1,4\times10^{3}}{6,62\times10^{-34}\cdot 5\times10^{15}}$

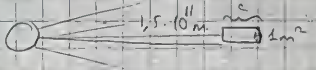
$= 4,2\times10^{21}$ foton/m²s

b) $I = \frac{P_T}{S}$ $\quad P_T = 4\pi r^2 \cdot I$

$P_T = 4\cdot\pi\times(1,5\cdot10^{11})^2\cdot 1,4\times10^{3} = 4,3\cdot10^{26}$ Watt

$N_T = \frac{P_T}{h\nu} = 1,3\cdot10^{45}$ foton/s.

c)



Bir boru (boyu ışık hızı kadar) olduğuyla 1 s için de tüm fotonlar tabandan geçecektir. (Tüp içindekiler)

Tüpteki ışık şiddetini biliyoruz.

$n\,c\cdot1\,h\nu = I$

($n\,c\cdot1$: hacim; içerdeki foton sayısı; tamamı: Işık şiddeti)

$n = \frac{I}{h\nu c} = \frac{1,4\cdot10^{3}}{6,62\cdot10^{-34}\cdot5\cdot10^{15}\cdot3\cdot10^{8}}$

$n = 1,4\cdot10^{13}$ foton/m³

Soru: Tungsten için eşik dalga boyu $\lambda_{max} = 230$ nm'dir. Çıkan elektronların E_{max} değeri 1,5 eV olması için foto katodu aydınlatmada kullanılan ışığın dalga boyu ne olmalıdır.

$h\nu = \phi + E_{kmax}$

$h\nu = h\nu_{min} + E_{kmax}$

$\frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_{max}} + \frac{E_{kmax}}{h}$

$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_{max}} + \frac{E_{kmax}}{hc} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{230\cdot10^{-9}} + \frac{1,5\times1,6\cdot10^{-19}}{6,62\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}$

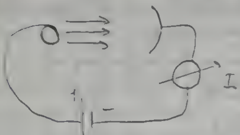
$\frac{1}{\lambda} = 5,56\cdot10^{6}\ m^{-1}$

$\lambda = 1,8\cdot10^{-7}$ m

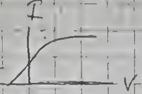
$\lambda = 180$ nm

13) [illegible] gücü 1,5 mW ve dalga boyu 400 nm olan ışık bir fotoelektrik hücreye yöneltiliyor.

Fotokatoda gelen tüm güce ışık akısı denir.
Gelen fotonların %0,1'i e^- sökülüyorsa fotoelektrik hücresinin devresindeki akım şiddeti nedir?



$$N = \frac{\phi}{h\nu}$$ (Birim zamanda foto katoda gelen foton sayısı)



idi.

$$N = \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^{8}}{400 \cdot 10^{-9}}} = 3 \cdot 10^{15}\ \text{fot/s}$$

$$N_e = \frac{3 \cdot 10^{15}}{1 \cdot 10^{3}} = 30 \cdot 10^{12}\ \text{elek/s}$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = N_e \cdot e = 3 \cdot 10^{12} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,8 \cdot 10^{-7}\ A$$

Soru: Bir foton serbest bir e^-'la çarpışarak tüm momentumunu ve enerjisini e^-'a aktaramaz.

$$P_{h\nu} = \frac{h\nu}{c} \qquad E = h\nu \quad \} \text{ Tamamını aktaramaz} \qquad h\nu \rightsquigarrow e$$

$$\frac{h\nu}{c} = P_e \qquad P_e c = \sqrt{E_k^2 + 2E_k m_0 c^2}$$

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{\sqrt{E_k^2 + 2E_k m_0 c^2}}{c}$$

E_k: e^-'un çarptıktan sonraki kinetik enerjisi
m_0: elektronun [illegible]

$$(h\nu)^2 = E_k^2 + 2E_k m_0 c^2 \qquad h\nu = E_k$$

$$E_k^2 = E_k^2 + 2E_k m_0 c^2$$ bu eşitliğin sağlanması için $2E_k m_0 c^2 = 0$ olmalıdır. Böyle imkansız. [illegible] olmadığını kanıtladık.

Soru: Bir potasyum klorür kristalinin [illegible] yoğunluğu $1,98 \cdot 10^{3}$ kg/m³'tür. Potasyum klorürün molekül kütlesi 74,55 g/mol'dür.
Potasyum Cl kristali yapı olarak NaCl kristalinin aynısıdır.

a) K • —— • Cl
$d = ?$

b) Bu bileşik $\lambda = 0,3\ nm$ dalga boylu bir ışıkla aydınlatılırsa yapıcı girişim veren en küçük açı kaç derecedir.

$\frac{1}{8} \cdot 8 = 1\ K \qquad 6 \cdot \frac{1}{2} = 3\ K$

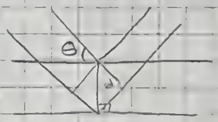
Toplam $K = 4\ K$

$1 + 12 \cdot \frac{1}{4} = 4\ Cl$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{4\, m_{KCl}}{a^3} = \frac{4\ \frac{74,55 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}}}{(2d)^3} = 1,98 \cdot 10^3$$

$d = 3,2 \cdot 10^{-10}\ m.$

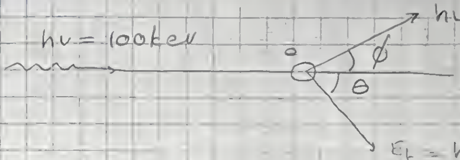
b)



$2d \sin\theta_m = n\lambda$

$\sin\theta_m = \frac{\lambda}{2d} \qquad \theta_m = 28°$

Soru!



$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\phi)$$

$$\frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\phi)$$

$$\frac{1}{h\nu'} - \frac{1}{h\nu} = \frac{1}{m_0 c^2}(1 - \cos\phi)$$

$$\frac{10^3}{90} - \frac{10^3}{100} = \frac{10^{-6}}{0,51}(1 - \cos\phi)$$

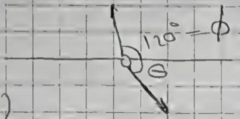
$\cos\phi = 0,4 \qquad \phi = 66°$

y. $E_k = ?$ $E_k = h\nu - h\nu' = 10$ keV

Soru: 80 pm dalga boylu X-rayı hedeften 120°'lik açıyla saçılıyorlar.

a) $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = ?$
b) Gelen fotonlarla geri tepen e^- arasındaki açı = ?
c) $E_{ke} = ?$

a) $\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\phi)$



$$\Delta\lambda = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^{8}}(1 + 0{,}5)$$

$\Delta\lambda = 3{,}6$ pm

b) $\frac{h\nu'}{c}\sin 60 = P_e \sin\theta$

$$P_e c = \sqrt{E_k^2 + 2E_k m_0 c^2}$$

$$E_k = h\nu - h\nu' = h\left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'}\right)$$

$$E_k = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}\left(\frac{10^{12}}{80} - \frac{10^{12}}{83{,}6}\right)$$

$E_k = 1{,}07 \cdot 10^{-16}$ J

b) E_k çok küçük $2E_k m_0 c^2$ yanında ihmal edilebilir

$$\frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{83{,}6 \cdot 10^{-12}} \cdot 0{,}86 = \sqrt{2 \times 1{,}07 \cdot 10^{-16} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}\ \sin\theta$$

$\sin\theta = 0{,}5$ $\theta = 30°$

Soru! Bir pozitron ve bir e⁻ [illegible] mektedir. [illegible] yok olurlar [illegible] her bir [illegible] enerjisi [illegible] fotonların dalga boyunu bulunuz

e^+ $E_k = 1\,MeV$ ⟶ ⟵ $E_k = 1\,MeV$ e^-

γ ⟵ ⟶ γ

$\lambda = ?$

$$2(E_k + m_0c^2) = 2h\nu$$

$$E_k + m_0c^2 = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{hc}{E_k + m_0c^2}$$

$$\lambda = \frac{hc}{1\,MeV + 0{,}51\,MeV}$$

$$\lambda = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{\underbrace{1{,}6 \cdot 10^{-19}}_{J} \cdot 1{,}51 \cdot 10^{6}\,eV} \Longleftarrow$$

$$\lambda = 0{,}82\ pm$$

Soru: Bazı atom çekirdekleri uyarılmış durumdan kararlı hale geçerken foton salarlar. Bu ışınlar γ ışınlarını oluşturur. Bir çekirdek bir foton saldığında kendisi ters yönde geri teper.

a) $^{57}_{28}Co \longrightarrow {}^{57}_{26}Fe$ bozunması oluyor.

Bu demir çekirdeğinde kararlı duruma geçmek için 14,4 keV'lik enerji kaybederek bir foton salar. $m_{Fe} = 9{,}5 \cdot 10^{-26}$ kg

Geri tepen atomla enerji paylaşımı sonucu salınan fotonun enerjisi 14,4 keV'den ΔE kadar azdır?

$$14{,}4\,keV = E_k + h\nu \qquad \frac{h\nu}{c} = P_{Fe}$$

Atom çekirdeğinin hızları çok küçük olduğundan klasik [illegible] formülleri kullanabiliriz.

$$\frac{1}{2}mv^2 = E_k \qquad \sqrt{2E_k m_{Fe}} = P_{Fe}$$

$$\frac{h\nu}{c} = P_{Fe} = \sqrt{2E_k m_{Fe}} \qquad E_k = \frac{\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2}{2m_{Fe}}$$

Fotonun max momentumu $h\nu = 14{,}4$ keV olurdu. ve bunu yapmaya hakkımız vardı.

$$E_k = \frac{\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2}{2m_{Fe}} = 1{,}94 \cdot 10^{-3}\,eV$$

b) Sonsuz kristallerde geri tepen bir atom olmak bütün kristal geri teper. Geri tepen kristal 1g olsaydı geri tepme enerjisi kaç eV olurdu?

Formülde M_{Fe} yerine 1g'lık kütle alacaktık. Bu durumda $E_R = 1{,}84 \cdot 10^{-25}$ eV olurdu.

c) 14,4 keV'lik bir fotonun dünya yüzeyinin 20m üzerinde yakalanacak yüzeydeki frekans değişimi ne olur?

$\rightarrow h\nu$

$\uparrow$ 20m $\downarrow$

$\rightarrow h\nu'$

$\nu - \nu' = \Delta\nu = ?$

Aşağıda frekans daha yüksektir.

$$h\nu' = h\nu + \frac{h\nu}{c^2} \cdot g \cdot H$$

$$\Delta\nu = \nu' - \nu = \frac{\nu}{c^2} g H = 3{,}5 \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

PARÇACIKLARIN DALGA ÖZELLİĞİ

Tüm parçacıkların dalga boyu vardır.

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\frac{c}{\nu}} = \frac{h}{\lambda}$$

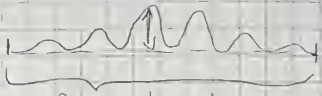
$$p = \frac{h}{\lambda}$$ } Tüm parçacıklar için geçerli

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\vartheta}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}}$$

Bu dalgalarda değişen bir nicelik yoktur. Sadece bir matematiksel ψ (psi) fonksiyonudur. Bu matematiksel olarak ileri sürülmüş olup bir fiziksel özelliği yoktur.

$|\psi|^2$ bize bir bilgi verir. Bir parçacığın bulunma olasılığıdır. 1 ile 0 arasındadır. 1 olursa parçacık o anda o yerde bulunuyor demektir. Dalga fonksiyonunun genliği parçacığın o noktada bulunma ihtimaliyle ilgilidir.



Genliğin en fazla olduğu yerde bulunma ihtimali en büyüktür.

Örnek: m = 46 g olan 30 m/s hızla hareket eden bir golf topunun De Broglie dalga boyu nedir?

Hız çok küçük olduğundan durgun kütleyi alıyoruz.

$$\lambda = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{46 \cdot 10^{-3} \cdot 30} = 4{,}8 \cdot 10^{-34}\ m$$

... gözlenebilir ... değildir ... dalgalılığı ... olmaz.

Örnek: $\vartheta = 10^7$ m/s $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

$$\lambda = \frac{h}{m\vartheta} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^7} = 7{,}3 \cdot 10^{-11}\ m \text{ dir.}$$

... kullanacak.

$x = A\sin(kx - wt)$
$x = A\sin k(x - vt)$
$\lambda = \frac{v}{\nu}$ faz hızı

H atomunun yarıçapı $5{,}3 \cdot 10^{-11}$ m olduğundan bu boyutlar gözlenebilir özelliktedir. e^{-}'nun dalga boyu mertebesinde yarıklar bulabiliyoruz.

Şimdi De Broglie dalgasının hızını bulalım.

W: De Broglie Dalga Faz Hızı.

$\lambda = \frac{W}{\nu}$ → frekans $\lambda = \frac{h}{mv}$

$W = \lambda\nu$ → frekans $mc^2 = h\nu$

$= \frac{h}{mv} \cdot \frac{mc^2}{h} = \frac{c^2}{v}$ $\nu = \frac{mc^2}{h}$

dalga hızı $W = \frac{c^2}{v}$

Bu sonuç ışık hızından büyüktür. Bu nasıl olur. ($W > c$). Ama bu hiçbir önem getirmiyor. Çünkü bu matematikseldir.

Faz Hızı: Aynı fazlı noktaların ilerleme hızıdır.

Grup Hızı: Birden fazla dalga söz konusu olmalıdır.

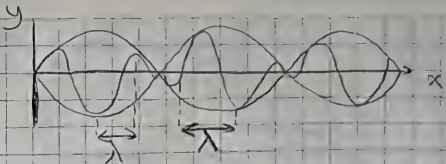
Örnek olarak iki dalga ile alalım

$y_1 = A\cos(wt - kx)$
$y_2 = A\cos((w + dw)t - (k + dk)x)$

Bunlar aynı ortamda ilerliyor. Toplam dalga;

$y = y_1 + y_2 = 2A\cos(wt - kx)\cos\left(\frac{dw}{2}t - \frac{dk}{2}x\right)$

olur. Böyle bir fonksiyonun grafiğini çizersek ... elde ediyoruz.



$k = 2\pi/\lambda$ idi.

Toplam dalga iç içedir ve ipe baktığımızda iç içekini görürüz.

W ne olur. $\lambda = \frac{W}{\nu}$ $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{\omega} = \frac{\omega}{W}$

$W = \frac{\omega}{k}$

$d\omega$'li terim dış, iç içekini de $\cos(\omega t - kx)$ ifade eder.

$\cos\left(\frac{d\omega}{2} t - \frac{dk}{2} x\right)$'in ilerleme hızı grup hızı olur. Diğer terime k deriz.

$$\frac{d\omega}{2} t - \frac{dk}{2} x = sbt$$

$$\frac{d\omega}{2} - \frac{dk}{2}\frac{dx}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega/2}{dk/2}$$

$$u = \frac{d\omega}{dk} \text{ olur.}$$

Grup hızı.

$W = \lambda\nu$ $\left(\lambda = \frac{W}{\nu} \text{ idi}\right)$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{W} = \frac{\omega}{W}$$

$\omega = kW$ (Böyle bir ortamda grup hızını verelim)

$$u = \frac{d\omega}{dk} = W \text{ olur.}$$

Dalga boyuna göre hız değişmiyorsa grup hızı faz hızına eşittir. Yani ortam dağıtmıyorsa $u = W$'dir.

$u = \frac{dw}{dk}$ idi $\omega = 2\pi\nu$ $h\nu = mc^2$

$\nu = \frac{mc^2}{h}$

$$\omega = 2\pi \frac{c^2}{h} m_0 \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \Leftarrow \nu = \frac{c^2}{h} \frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{h} m_0 v$$

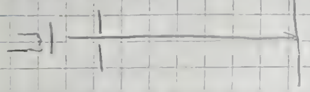
$\hookrightarrow \frac{h}{p}$

$$u = \frac{d\omega/dv}{dk/dv} = \frac{\frac{2\pi c^2 m_0}{h}\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{2v}{c^2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2}}{\frac{2\pi m_0}{h}\left[\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} - \frac{1}{2}v\left(-\frac{2v}{c^2}\right)\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-3/2}\right]}$$

* Bir dalga grubumuz var. Bunu oluşturan bileşenlerin faz hızı u'dan büyük yada küçük olabilir. Bu dalgaların faz hızının nelere bağlı olduğuna bağlı.

Grup hızı parçacık hızı ile aynı. Maddesel dalgalarda v'nin bir anlamı yok.

THOMPSON çok yüksek enerjide elektron demetini kullanarak karşıda 200 Å mertebesinde ince levhalara çarpıyorlar. Böyle levhalar polikristallerdir. Bu bir parçacık olsaydı ya yansıma olacak ya da dağılacaktı. Ama halka şeklinde görülmüş yani

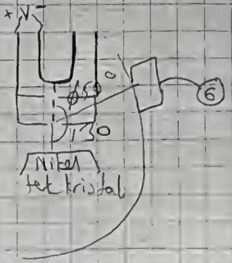


le gerçekleşmiş kırınıma uğramıştır.

dağılmamıştır.

DAVIDSON – GERMER

DAVIDSON'un gözlemleri daha açıklayıcıdır.



Belirli açılarda daha fazla akım şiddeti alınmayı düşünmüşler. Ama bir şey olmamış. Bir ara metaller oksitde olmuş. Bunu fırına koymuşlar. Politristal tekkristal olmuş. Sonuç alınmış.

$\phi = 50°$'de en fazla e^- tespit edilmiş.

$n\lambda = 2d\sin\theta$'dan d'yi 0,91 Å bulmuşlar.

$E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$2E_k = mv^2$

$\sqrt{2E_k m} = \sqrt{m^2 v^2} = p$ $\quad \lambda = \frac{h}{p}$ idi

$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$

$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mVe}}$ De Broglie tanımından

θ ise 65° olur. Bunları yerine koyduğumuz zaman bulunan sonuç

λ = 1,66 Å olur.

X ışınlarından bulunan ise 1,65 Å

Acaba gönderdiğimiz e^-ların enerjisini arttırsak λ küçülecektir. Sonuçta yapıya girişin mertebeleri değişir.

KUTU MODELİ

Kutularımızın boyutları L olsun. Parçacığımız duvarlarla esnek çarpışma yapsın. Yani enerji kaybetmiyor. Bu olay iki ucu kapalı sicime benziyor. Yani duran dalgalar oluşacak ve boyu bu aradadır kesikli dalga oluşacaktır.

Bu durumda $\lambda = \frac{2L}{n}$ alacaktır $(n = 1, 2, 3 \ldots)$

$\lambda_1 = 2L$

$\lambda_2 = L$

$\lambda_3 = \frac{2}{3}L$

şeklinde dalgalar oluşacaktır.

$$\lambda = \frac{2L}{n} = \frac{h}{p}$$

olduğunu biliyoruz.

$$p = \frac{hn}{2L}$$ olacaktır.

$v \ll c$ olan bu durumda $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$2E_k m = p^2 \quad E_k = \frac{p^2}{2m}$ olur

$$E_k = \frac{h^2 n^2}{4L^2 \, 2m} = \frac{h^2 n^2}{8L^2 m}$$

Burada iki önemli nokta var:

PARÇACIĞIN ENERJİSİ 0 olamaz

PARÇACIĞIN MOMENTUMU TEK değeri olamaz, KESİKLİDİR.

Örnek: 0,1 nm genişliğinde bir kutu var. Bir e^-'un enerji düzeylerini hesaplayınız.

$$E = \frac{(6{,}62\cdot 10^{-34})^2\, n^2}{8(0{,}1\cdot 10^{-9})^2\, 9{,}1\cdot 10^{-31}} = 6 \times 10^{-18}\, n^2\, J$$

$$= 38\, n^2\, eV$$

dir

$E_1 = 38\ eV$, $E_2 = 152\ eV$, $E_3 = 342\ eV$, $E_4 = 608\ eV$

Örnek: $L = 10$ cm genişliğinde bir kutu var. İçindeki parçacık 10 gr olsun.

$n = 1 \quad E = 5{,}5\cdot 10^{-64}\ J$

$$E = 5{,}5\cdot 10^{-64}\, n^2\ J$$

$$E = \frac{n^2 h^2}{8mL}$$ 'de yerine koydul

Hızı 1,3 m/s olsaydı $n = ?$ olurdu.

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = 5{,}5\cdot 10^{-64}\, n^2$$

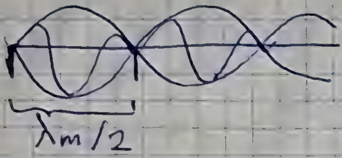
$$n = 10^{30}$$

$$n = 4{,}26\cdot 10^{30}\, v$$

Genişliği gibi kutuda enerji düzeyleri ayrı edilemeyecek kadar sık. Bu yüzden sürekli olabilirler.

Belirsizlik ilkesi

$u = \frac{d\omega}{dk} \qquad v = \frac{\omega}{k}$



b) $\frac{\Delta k}{2} = k_m$

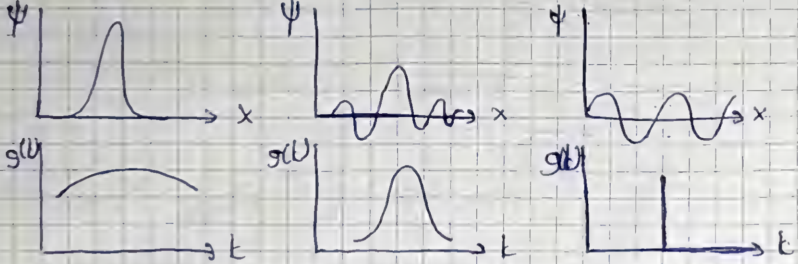
$\Delta k \Delta x = 2\pi$ $\qquad \frac{\Delta k}{2} = \frac{2\pi}{2\Delta x}$ $\qquad \Delta x = \frac{\lambda_m}{2}$

$$\psi(x) = \int_0^\infty g(k) \cos kx \, dk$$

g(k): De Broglie dalgasına katkıda bulunan dalgaların genliği. Bu k ile değişir.

Bu integralin ismi Fourier İntegrali.

Fourier Dönüşümü:



$\Delta x \Delta k$ çarpımı dalga fonksiyonuna bağlıdır.

$$(\Delta x \Delta k)_{min} = \frac{1}{2}$$

Bir parçacığın konumunu ve momentumunu aynı anda ölçmek istersek bunun belirsizliğinin min. değeri ne olacaktır

$\overset{x}{\Delta x} \cdot \overset{p}{\Delta p} \geq ?$ Bunu araştıralım.

$\lambda = \frac{h}{p}$ idi. $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\frac{2\pi}{k} = \frac{h}{p} \Rightarrow \frac{k}{2\pi} = \frac{p}{h} \Rightarrow \Delta k = \frac{2\pi}{h} \Delta p$

$\Delta x \cdot \frac{2\pi}{h} \Delta p = \frac{1}{2}$ $\quad \Delta x \cdot \Delta p = \frac{h}{4\pi} = \frac{\hbar}{2}$ $\quad \frac{h}{2\pi} = \hbar$ olsun

$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$

veya

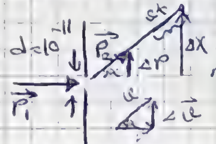
$\nu = \frac{N}{t}$ $\quad \Delta\nu = \frac{1}{\Delta t}$ $\quad \Delta E = h\Delta\nu = \frac{h}{\Delta t}$

$\Delta E \Delta t = h$

$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$

SORU! Yapılan bir deneyde protonun konumu 10^{-11} m duyarlılıkla belirleniyor. $v \ll c$ koşullarında bu belirlenmeden 1 s. sonra protonun konumundaki belirsizlik nedir?

Bunu bir deney olarak düşünelim



Δx P_2 P_1'e özdeşmidir? Hayır. Yön değiştirmiştir.

$\Delta p \Delta x \geq \frac{h}{4\pi}$ elimizde var.

$\Delta p \geq \frac{h}{4\pi d}$ yazabiliriz.

Benzer üçgenleri kullanarak $\frac{v}{vt} = \frac{\Delta v}{\Delta x}$

$p = mv$ olduğundan

$\Delta p = m\Delta v$ yazabilirim.

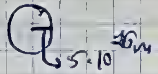
Buradan $\Delta x = \frac{\Delta p}{m} t$ alırız.

$\Delta x = \dfrac{h}{4\pi \Delta m} t$ Bu bize 1 s sıralı yada diğer bir andaki belirsizliği verir.

$\Delta x = 3 km$.

Soru! Tipik bir atom çekirdeğinin yarıçapı $5 \cdot 10^{-15}$ m. mertebesindedir. 1 e^-'un bir atomun çekirdeğinin bir parçası olabilmesi için e^-'un enerjisinin alt limiti ne olmalıdır?

$\Delta p \Delta x \geq \dfrac{h}{4\pi}$ $\qquad E_{min} = ?$



• çekirdek içinde olması için $\Delta x = 5 \cdot 10^{-15}$ mertebesinde olmalıdır.

$p \geq \dfrac{h}{4\pi \cdot 5 \cdot 10^{-15}}$ $\qquad p^2c^2 = E_k^2 + 2E_k m_0 c^2$

$E_k > pc$'den büyük olmalı

$E_k \geq \dfrac{hc}{4\pi 5 \cdot 10^{-15}}$

E_k buradan min istiyor. $\Leftarrow$ $E_k \geq \dfrac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{4\pi \cdot 5 \cdot 10^{-15}}$

$E_{kmin} = 3.3 \cdot 10^{-12} J = \dfrac{3.3 \cdot 10^{-12}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 20 MeV$

Soru! 1 H atomunun yarıçapı $5.3 \cdot 10^{-11}$ m'dir. 1 e'un min enerjisinin değeri?

$\Delta E_m = 3 eV$

Soru! 8/ 100 keV'lik x ışınları ile aynı uzunlukta De Broglie dalga boyuna sahip e^-'ların kinetik enerjisi nedir.

$\lambda_x = \lambda_e = \dfrac{h}{p_e}$ $\qquad eU = h\nu = h\dfrac{c}{\lambda_x}$

$\downarrow$

$p^2c^2 = E_k^2 + 2E_k m_0 c^2$

Buna hız durgun olduğundan

$$Ek = \frac{1}{2} m v^2 \quad 2Ek m = m^2 v^2 = p^2$$

$$2E_k m = p^2$$

Buradan $E_k = 0,58$ eV

Soru: 9/ Yeşil ışığın dalga boyu yaklaşık 550 nm.'dir. e^-'un dalga boyunun bu değere ulaşması için gerekli hızlandırma potansiyel farkı kaç volttur?

$\lambda = \frac{h}{p} =$ 550 nm.

$$E_k = Ve$$

$$p^2 c^2 = E_k \quad 2E_t m = p^2$$

$$2Vem = p^2 \quad V = \frac{p^2}{2me}$$

$$V = 0.05 V$$

Soru: Bir okyanus dalgasının faz hızı:

$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$ 'dir. ($g = 9,8$ m/s^2). Bu dalgaların grup hızını bulun.

$$u = ? \quad \lambda = \frac{w}{v} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$2\pi/k = \frac{w}{v} \Rightarrow v = \frac{w}{k}$$

$$u = \frac{dw}{dk} \quad w = k\sqrt{\frac{g}{k}} = (kg)^{\frac{1}{2}}$$

$$u = \frac{dw}{dk} = \frac{1}{2} g (kg)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\left(\frac{g}{k}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Soru: Durgun kütlesi m_0 momentumu p olan bir parçacığın toplam enerjisi $E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$ ifadesinden hareketle De Broglie dalgalarının faz hızının

$$W = c\sqrt{1+\left(\frac{m_0 c \lambda}{h}\right)^2}$$ ile verileceğini göster.

$$p = \frac{h}{\lambda} \qquad E = h\nu \quad \text{elimizde.}$$

$$\lambda = \frac{W}{\nu} \qquad h\nu = h\frac{W}{\lambda} = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

$$= \sqrt{m_0 c^4 + \frac{h^2 c^2}{\lambda^2}}$$

$$W = \sqrt{m_0^2 c^4 \frac{\lambda^2}{h^2} + c^2} = c\sqrt{1+\left(\frac{m_0 c \lambda}{h}\right)^2}$$

b) De Broglie dalga boyu 10^{-13} m olan bir e^-'un W'si ile u'sunu karşılaştırın.

$W = 1.00085\,c$ olur.

Grup hızı parçacık hızına eşittir

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\dfrac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}} v}$$

$$v^2 = \frac{1}{\dfrac{1}{c^2} + \dfrac{\lambda^2 m_0^2}{h^2}} \Rightarrow v = 2{,}997 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$v = 0{,}999\,c$$

$$u = 0{,}999\,c$$

Soru: De Broglie orjinal makalesinde $E = h\nu$ ve $p = h/\lambda$ ifadelerini e.magnetik dalgalar yanında hareketli parçacıklar için de geçerli olduğunu söyler. Bu ifadeleri kullanarak De Broglie dalgasının grup hızının $u = \frac{dE}{dp}$ ile verileceğini gösteriniz. Sonra $E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}$ ifadesini kullanarak $u = v$ ile gösterileceğini ispatlat.

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{2\pi d\nu}{2\pi d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} = \frac{h d\nu}{h d\left(\frac{1}{\lambda}\right)} = \frac{d(h\nu)}{d\left(\frac{h}{\lambda}\right)}$$

$u = \frac{dE}{dp}$ türevi alalım.

$$\frac{dE}{dp} = \frac{1}{2}\frac{2pc^2}{\sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}}$$

$$= \frac{mvc^2}{mc^2} = v$$

Soru: 1 e^- kristal içine girdiği zaman E_k'sı artar ve buna bağlı olarakta λ dalga boyu (De Broglie) küçülür.

$$\begin{array}{l} \text{Vacuum} \downarrow E_{k_0} = 54\,eV \\ \quad \lambda_0 \; v_0 \\ \hline \text{kristal} \quad \downarrow \lambda_1 \\ \quad E_{k_1} \\ \quad v_1 \end{array} \qquad E_{k_1} > E_{k_0}$$

54 eV'luk bir deney Ni'e yöneltiyoruz. 1 e'un U'su 26 eV değişmektedir (Hedefe girince)

a) Hedef içinde ve dışında e^-'un hızlarını karşılaştır.

b) λ'ları karşılaştır.

$E_{k_0} = E_{k_1} - 26\,eV$

$54 + 26 = 80$ eV'luk 2. ortamda kinetik enerjisi var.

$E_{k_1} = 80\,eV$.

$\frac{1}{2} m v_0^2 = E_{k_0}$

$\frac{1}{2} m v_1^2 = E_{k_1}$ $\Rightarrow \frac{v_1}{v_0} = \sqrt{\frac{E_{k_1}}{E_{k_0}}} = \sqrt{\frac{80}{54}} = \frac{\sqrt{40}}{3\sqrt{3}}$

b) $\sqrt{2mE_k} = p$

$\lambda_0 = \frac{h}{p_0}$ $\quad \lambda_1 = \frac{h}{p_1}$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_0} = \frac{p_0}{p_1} = \sqrt{\frac{E_{k_0}}{E_{k_1}}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{40}}$$